

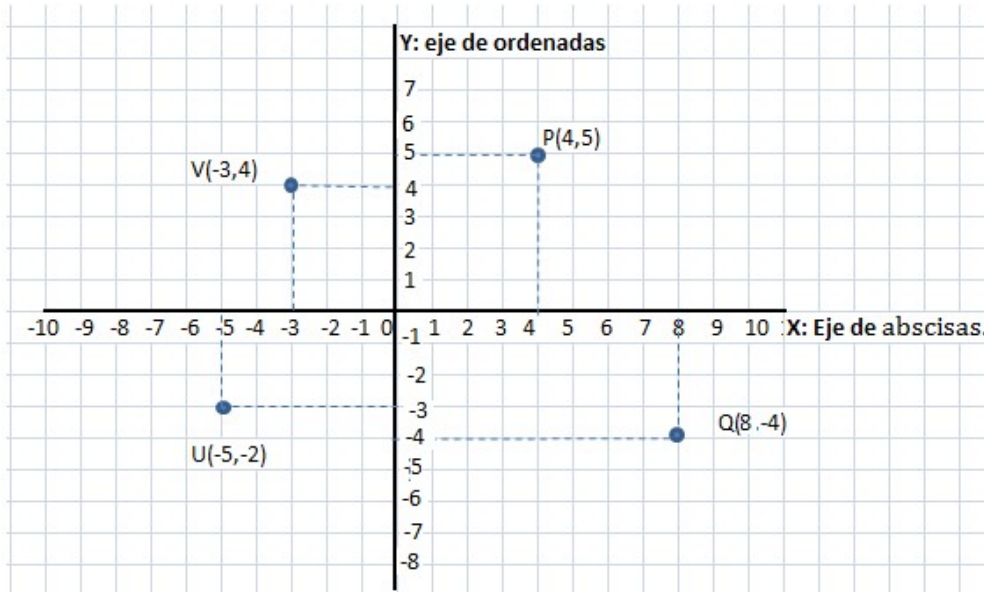
VECTORES Y RECTAS

INDICE

Contenido

1	REPRESENTACION DE UN PUNTO EN EL PLANO	2
2	VECTORES 2	
2.1	ELEMENTOS DE UN VECTOR.....	2
2.2	COORDENADAS O COMPONENTES DE UN VECTOR.....	2
2.3	MODULO DE UN VECTOR.....	2
2.3.1	<i>Calculo del modulo de un vector.....</i>	3
2.4	VECTORES EQUIVALENTES Y PARALELOS.....	3
3	OPERACIONES CON VECTORES	6
3.1	SUMA Y RESTA DE VECTORES.....	6
3.1.1	<i>Suma de vectores.....</i>	7
3.1.2	<i>Resta de vectores.....</i>	7
3.2	MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN NÚMERO.....	8
3.3	SUMA DE UN PUNTO Y UN VECTOR.....	9
4	ECUACIONES DE LA RECTA.....	9
4.1	ECUACIÓN VECTORIAL DE LA RECTA	9
4.2	ECUACIÓN PARAMÉTRICA.....	10
4.3	ECUACIÓN CONTINUA.....	10
4.4	ECUACIÓN PUNTO PENDIENTE.....	11
4.5	ECUACIÓN EXPLÍCITA.....	11
4.6	ECUACIÓN GENERAL O IMPLÍCITA.....	11
5	POSICIONES DE DOS RECTAS EN EL PLANO	13
6	ECUACION DE LA CIRCUNFERENCIA:.....	18
7	DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS.....	19
8	PUNTO MEDIO DE UN UN SEGMENTO.....	20

1 REPRESENTACION DE UN PUNTO EN EL PLANO



El eje horizontal se llama eje X o eje de abscisas.

El eje vertical se llama eje Y o eje de ordenadas.

El punto O, donde se cortan los dos ejes, es el origen de coordenadas.

Las coordenadas de un punto cualquiera P se representan por (x, y).

2 VECTORES

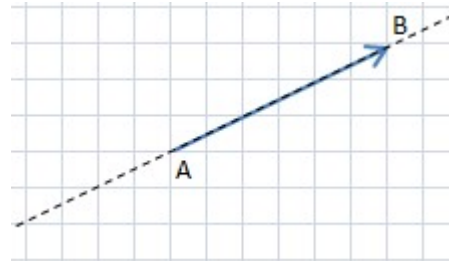
Un vector es un segmento orientado que se determina por dos puntos A (el origen) y B (el extremo).

2.1 Elementos de un vector.

Modulo: es la longitud del vector

Direccion: es la de la recta sobre la que está situada el vector

Sentido: Es el que indica la flecha del vector

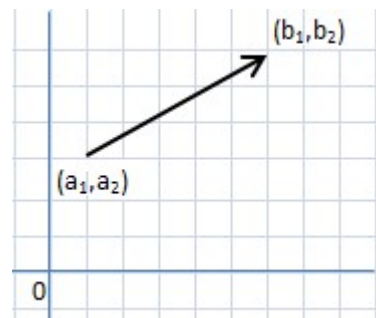


2.2 Coordenadas o componentes de un vector

El vector $\overrightarrow{AB}$ de origen $A(a_1, a_2)$ y extremo $B(b_1, b_2)$

tienen como coordenadas las del extremo

menos el origen $\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$;



2.3 Modulo de un vector

El modulo del vector $\overrightarrow{AB}$ es igual a la longitud del segmento AB y se representa $|\overrightarrow{AB}|$.

El modulo al ser la longitud del segmento siempre es un numero positivo o 0.

2.3.1 Cálculo del módulo de un vector

- Conociendo sus coordenadas

$$\vec{v}((v_1, v_2)) \text{ el módulo del vector es } |\vec{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2}$$

- Si conocemos el origen y el extremo

$\vec{AB}$ A(3,2) y B(7,5) hallamos las coordenadas y procedemos como en el punto anterior

$$\vec{AB} = (7 - 3, 5 - 2); \vec{AB} = (4, 3)$$

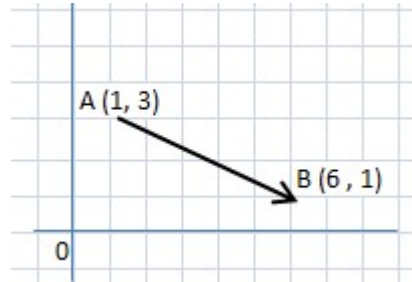
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

1. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular las coordenadas del vector de la figura

Solución

$$\vec{AB} = (6 - 1, 1 - 3) = (5, -2).$$



2. Ejercicios de vectores y rectas

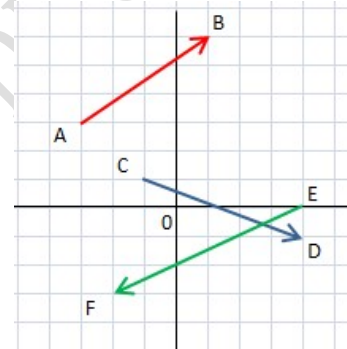
Calcular las coordenadas de los vectores de la figura

Solución

$$\vec{AB} = (1 - (-3), 6 - 3) = (4, 3)$$

$$\vec{CD} = (4 - (-1), (-1) - 1) = (5, -2)$$

$$\vec{EF} = ((-2) - 4, (-3) - 0) = (-6, -3)$$



2.4 Vectores Equivalentes y paralelos

Dos vectores son equivalentes cuando tienen el mismo módulo, dirección y sentido, lo que implica que sus coordenadas son iguales

Dos vectores son paralelos cuando sus coordenadas son proporcionales.

3. Ejercicios de vectores y rectas

Comprobar si los siguientes vectores son equivalentes o paralelos:

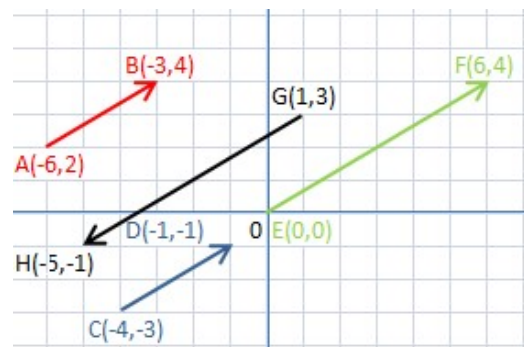
Solución

$$\vec{AB} = (-3 - (-6), 4 - 2) = (3, 2)$$

$$\vec{CD} = ((-1) - (-4), (-1) - (-3)) = (3, 2)$$

$$\vec{EF} = (6 - 0, 4 - 0) = (6, 4)$$

$$\vec{GH} = (-5 - 1, (-1) - 3) = (-6, -4)$$



Los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{CD}$ son equivalentes pues tienen las mismas coordenadas (3,2)

Los vectores $\vec{EF}$ y $\vec{GH}$ no son equivalentes pues tienen distintas coordenadas, (6,4) y (-6, -4)

Todos los vectores son paralelos pues sus coordenadas son proporcionales

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}; 6 = 6; \quad \frac{3}{2} = \frac{-6}{-4}; -12 = -12; \quad \frac{3}{2} = \frac{6}{4}; 12 = 12;$$

4. Ejercicios de vectores y rectas

Dibuja un vector equivalente a $\overrightarrow{EF} = (4,2)$
y otro paralelo con origen en $(1,1)$

Solución

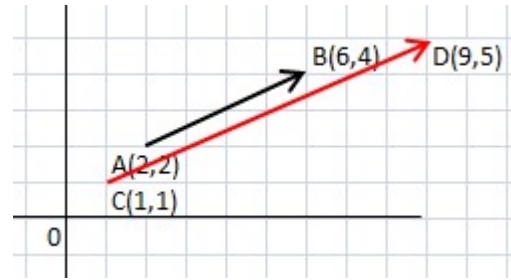
Un vector Equivalente a $\overrightarrow{EF} (4,2)$,

Podría ser $\overrightarrow{AB}$; $A(2,2)$ $B(6,4)$; $\overrightarrow{AB} (4,2)$

Un vector paralelo con origen en $(1, 1)$

podría ser $\overrightarrow{CD}$ $C(1,1)$ $D(9,5)$; $\overrightarrow{CD} (9-1, 5-1)$

$\overrightarrow{CD} = (8,4)$ ya que se cumple que son proporcionales $\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$



5. Ejercicios de vectores y rectas

Calcula las coordenadas del vector director, siendo A y B los siguientes puntos.

- a) $A(-1, 2)$ $B(2, 1)$
- b) $A(2, 0)$ $B(-1, 1)$
- c) $A(0, 2)$ $B(2, 1)$
- d) $A(-3, 2)$ $B(2, 0)$

Solución

- a) $A(-1, 2)$ $B(2, 1)$; $\overrightarrow{AB} = (2 - (-1), 1 - 2)$; $\overrightarrow{AB} = (3, -1)$
- b) $A(2, 0)$ $B(-1, 1)$; $\overrightarrow{AB} = ((-1) - 2, 1 - 0)$; $\overrightarrow{AB} = (-3, 1)$
- c) $A(0, 2)$ $B(2, 1)$; $\overrightarrow{AB} = (2 - 0, 1 - 2)$; $\overrightarrow{AB} = (2, -1)$
- d) $A(-3, 2)$ $B(2, 0)$; $\overrightarrow{AB} = (2 - (-3), 0 - 2)$; $\overrightarrow{AB} = (5, -2)$

6. Ejercicios de vectores y rectas

Cuantos vectores se pueden formar con los puntos $A(0,2)$, $B(4,1)$ y $C(3,-3)$

Describelos y representalos

Solución.

Los posibles vectores que podemos formar son

$\overrightarrow{AB} (4 - 0, 1 - 2)$; $\overrightarrow{AB} (4, -1)$;

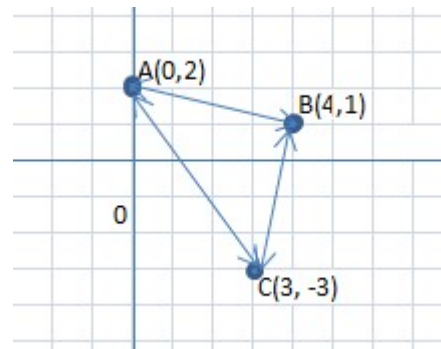
$\overrightarrow{AC} (3 - 0, (-3) - 2)$; $\overrightarrow{AC} (3, -5)$

$\overrightarrow{BA} (0 - 4, 2 - 1)$; $\overrightarrow{BA} (-4, 1)$

$\overrightarrow{BC} (3 - 4, (-3) - 1)$; ; $\overrightarrow{BC} (-1, -4)$

$\overrightarrow{CA} (0 - 3, 2 - (-3))$; $\overrightarrow{CA} (-3, 5)$

$\overrightarrow{CB} (4 - 3, 1 - (-3))$; $\overrightarrow{CB} (1, 4)$;



7. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular las coordenadas del punto A si :

a) $\overrightarrow{AB}(-1, 3)$ y $B = (5, 2)$;

b) $\overrightarrow{AB}(2, 3)$ y $B = (1, 4)$;

c) $\overrightarrow{AB}(-4, 1)$ y $B = (-3, 3)$;

Solución.

a) $\overrightarrow{AB} = B - A$; $(-1, 3) = (5, 2) - (a_1, a_2)$; $(a_1, a_2) = (5, 2) - ((-1), 3)$;

$a_1 = 5 - (-1)$; $a_1 = 6$; $a_2 = 2 - 3$; $a_2 = -1$; $A(6, -1)$

b) $\overrightarrow{AB} = B - A$; $(2, 3) = (1, 4) - (a_1, a_2)$; $(a_1, a_2) = (1, 4) - (2, 3)$;

$a_1 = 1 - 2$; $a_1 = -1$; $a_2 = 4 - 3$; $a_2 = 1$; $A(-1, 1)$

c) $\overrightarrow{AB} = B - A$; $(-4, 1) = (-3, 3) - (a_1, a_2)$; $(a_1, a_2) = (-3, 3) - (-4, 1)$;

$a_1 = -3 - (-4)$; $a_1 = 1$; $a_2 = 3 - 1$; $a_2 = 2$; $A(1, 2)$

8. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular las coordenadas del punto B si :

a) $\overrightarrow{AB}(0, 2)$ y $A = (-3, 5)$;

b) $\overrightarrow{AB}(1, 0)$ y $A = (4, 6)$;

c) $\overrightarrow{AB}(2, 4)$ y $A = (-2, 4)$;

Solución.

a) $\overrightarrow{AB} = B - A$; $(0, 2) = (b_1, b_2) - (-3, 5)$;

$(b_1, b_2) = (0, 2) + (-3, 5)$; $b_1 = 0 - 3$; $b_1 = -3$;

$b_2 = 2 + 5$; $b_2 = 7$; $B(-3, 7)$

b) $\overrightarrow{AB} = B - A$; $(1, 0) = (b_1, b_2) - (4, 6)$;

$(b_1, b_2) = (1, 0) + (4, 6)$; $b_1 = 1 + 4$; $b_1 = 5$;

$b_2 = 0 + 6$; $b_2 = 6$; $B(5, 6)$

c) $\overrightarrow{AB} = B - A$; $(2, 4) = (b_1, b_2) - (-2, 4)$;

$(b_1, b_2) = (2, 4) + (-2, 4)$; $b_1 = 2 - 2$; $b_1 = 0$;

$b_2 = 4 + 4$; $b_2 = 8$; $B(0, 8)$

9. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular el modulo de los siguientes vectores

Solución

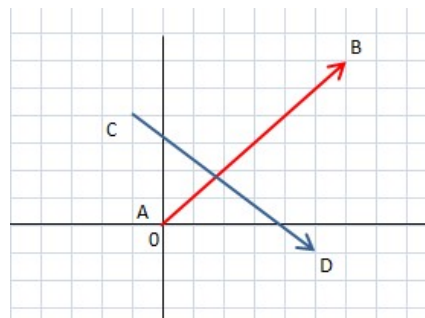
$\overrightarrow{AB} = B - A$; $\overrightarrow{AB} = (6, 6) - (0, 0)$; $\overrightarrow{AB} = (6, 6)$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36} = 6$; $|\overrightarrow{AB}| = 6$;

$\overrightarrow{CD} = D - C$; $\overrightarrow{CD} = (5, -1) - (1, 4)$;

$\overrightarrow{CD} = (6, -5)$

$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61}$; $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{61}$;



10. Ejercicios de vectores y rectas

Los puntos A(-1,1) B(0,2) y C(2,0) son los vertices de un triangulo. Hallar las coordenadas de los vectores que forman sus lados.

Solución

$$\text{Vector } \overrightarrow{AB} = B - A = (0,2) - (-1,1) = (0 - (-1), 2 - 1); \overrightarrow{AB} = (1,1)$$

$$\text{Vector } \overrightarrow{BC} = C - B = (2,0) - (0,2) = (2 - 0, 0 - 2); \overrightarrow{BC} = (2,-2)$$

$$\text{Vector } \overrightarrow{CA} = A - C = (-1,1) - (2,0) = (-1 - 2, 1 - 0); \overrightarrow{CA} = (-3,1)$$

11. Ejercicios de vectores y rectas

Dibuja un vector cuyo modulo sea

$$a) \sqrt{17} ; b) \sqrt{29} ; c) \sqrt{5} ;$$

Solución

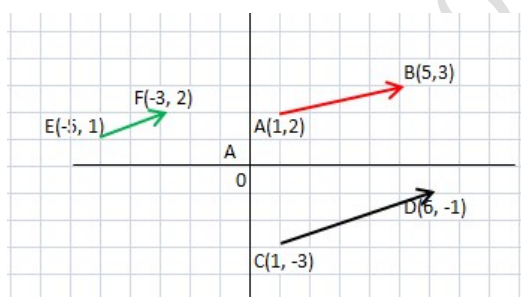
Por ejemplo ya que habria otros:

$$a) \sqrt{17} = \sqrt{4^2 + 1^2} ;$$

Modulo del vector (4,1);

$$b) \sqrt{29} = \sqrt{5^2 + 2^2} ; \text{Modulo del vector (5,2)}$$

$$c) \sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2} ; \text{Modulo del vector (2,1)}$$



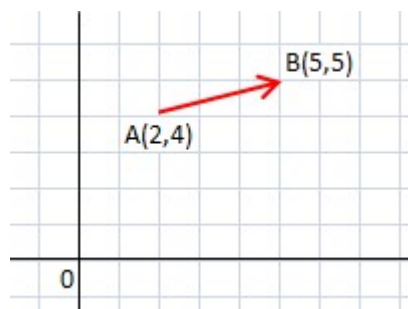
12. Ejercicios de vectores y rectas

Dibuja un vector con origen (2,4) y modulo $\sqrt{10}$;

Solución

$$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2} ; \text{Modulo del vector (3,1);}$$

Si, podría haber más de uno, otro podría ser el (1,3)



13. Ejercicios de vectores y rectas

Los puntos A(-1,1), B(0,2) y C (2,0) son los vertices de un triangulo.

Hallar las coordenadas de los vectores que forman sus lados

Solución

$$\text{Vector } \overrightarrow{AB} = B - A = (0,2) - (-1,1) = (0 - (-1), 2 - 1); \overrightarrow{AB} = (1,1)$$

$$\text{Vector } \overrightarrow{BC} = C - B = (2,0) - (0,2) = (2 - 0, 0 - 2); \overrightarrow{BC} = (2,-2)$$

$$\text{Vector } \overrightarrow{CA} = A - C = (-1,1) - (2,0) = (-1 - 2, 1 - 0); \overrightarrow{CA} = (-3,1)$$

3 OPERACIONES CON VECTORES

3.1 Suma y resta de vectores

La suma y resta de vectores nos da como resultado un nuevo vector

3.1.1 Suma de vectores

Dados los vectores $\vec{u}(u_1, u_2)$ y $\vec{v}(v_1, v_2)$, el vector suma de los vectores se calcula sumando las coordenadas de dichos vectores.

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2);$$

Propiedades de la suma de vectores

Conmutativa $(\vec{u} + \vec{v}) = (\vec{v} + \vec{u})$

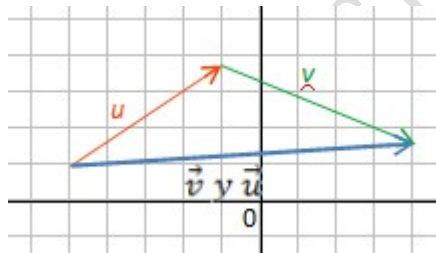
Asociativa $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w});$

Elemento neutro $(\vec{u} + \vec{0}) = \vec{u}$

Elemento Opuesto $(\vec{u} + (-\vec{u})) = \vec{0}$

Graficamente

Para sumar graficamente dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se dibuja el vector $\vec{u}$ y con origen en su extremo se dibuja un vector equivalente $\vec{v}$. La suma es otro vector cuyo origen es el origen del vector $\vec{u}$ y su extremo es el extremo del vector $\vec{v}$;



14. Ejercicios de vectores y rectas

Sumar los siguientes vectores analíticamente y graficamente

$$\vec{u}; A = (1, 3), B = (6, 1);$$

$$\vec{v}; C = (-4, -3), D = (-1, -1);$$

Solución

$$\vec{u} = (6 - 1, 1 - 3) = (5, -2);$$

$$\vec{v} = ((-1) - (-4), (-1) - (-3)) = (3, 2);$$

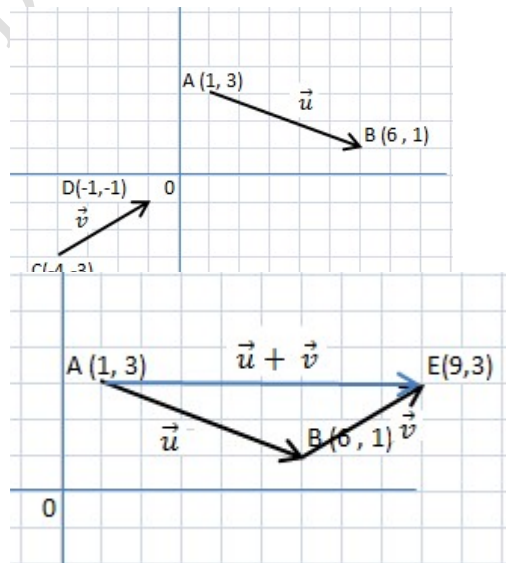
Analíticamente:

Suma de los vectores

$$\vec{u} + \vec{v} = (5 + 3, -2 + 2) = (8, 0);$$

Graficamente

Ponemos uno a continuación del otro
 $\vec{u} + \vec{v} = (9 - 1, 3 - 3) = (8, 0);$



3.1.2 Resta de vectores

Dados dos vectores $\vec{u}(u_1, u_2)$ y $\vec{v}(v_1, v_2)$, el vector diferencia de los vectores se calcula restando las coordenadas de dichos vectores.

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_1, u_2) - (v_1, v_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

Graficamente

Para restar graficamente dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se dibuja el vector $\vec{u}$ y con origen en el origen de $\vec{u}$ se dibuja el vector equivalente a $\vec{v}$. La diferencia es otro vector cuyo origen es el extremo de $\vec{v}$ y como extremo tiene el extremo de $\vec{u}$.

;

15. Ejercicios de vectores y rectas

Restar los siguientes vectores analíticamente y gráficamente

$$\vec{u}; A = (1, 3), B = (6, 1)$$

$$\vec{v}; C = (-4, -3), D = (-1, -1)$$

Solución

$$\vec{u} = (6 - 1, 1 - 3) = (5, -2);$$

$$\vec{v} = ((-1) - (-4), (-1) - (-3)) = (3, 2);$$

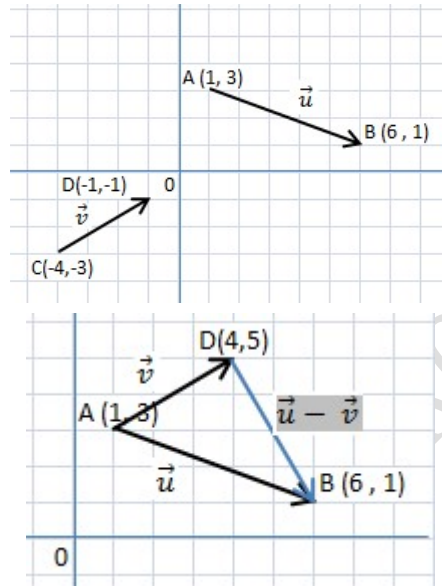
Analíticamente:

Resta de vectores

$$\vec{u} - \vec{v} = (5 - 3), ((-2) - 2) = (2, -4)$$

Gráficamente

$$\vec{u} - \vec{v} = (6 - 4, 1 - 5) = (2, -4);$$

**3.2 Multiplicación de un vector por un número**

El producto de un vector $\vec{v}(v_1, v_2)$ por un número real k es otro vector que se halla multiplicando las coordenadas del vector por dicho número.

$$k * \vec{v} = (k * v_1, k * v_2).$$

Para multiplicar un vector por un número se multiplica el módulo del vector por dicho número manteniéndose la dirección del vector, el sentido será el mismo si el número es positivo y contrario si el número es negativo

16. Ejercicios de vectores y rectas

Multiplicar analíticamente y gráficamente el vector

$$\vec{u} A = (1, 1), B = (4, 3)$$

por 3 y por -2 .

Solución

Analíticamente:

$$\vec{u} = (4 - 1, 3 - 1) = (3, 2);$$

$$3 * \vec{u} = (3 * 3, 3 * 2) = (9, 6);$$

$$-2 * \vec{u} = ((-2) * 3, (-2) * 2)$$

$$= (-6, -4).$$

Gráficamente:

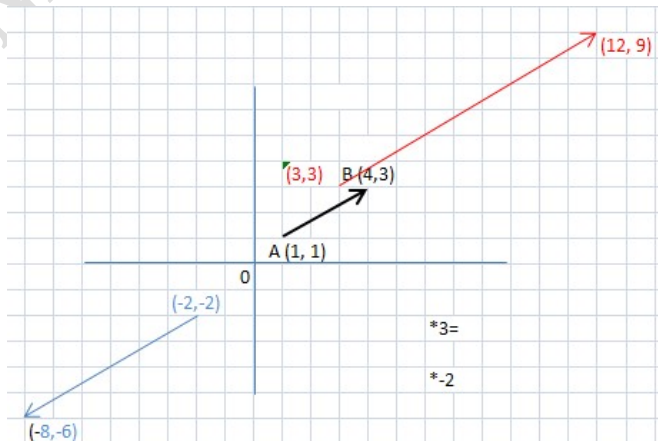
$$\vec{u}; A = (1, 1), B = (4, 3)$$

$$3 * \vec{u}; A' = (3 * 1, 3 * 1) = (3, 3), B' = (3 * 4, 3 * 3) = (12, 9);$$

$$3 * \vec{u} = (12 - 3, 9 - 3) = (9, 6)$$

$$-2 * \vec{u}; A' = ((-2) * 1, (-2) * 1) = (-2, -2); B' = ((-2) * 4, (-2) * 3) = (-8, -6)$$

$$-2 * \vec{u} = ((-8) - (-2)), ((-6) - (-2)) = (-6, -4);$$



3.3 Suma de un punto y un vector

La suma de un punto $A(a_1, a_2)$ y un vector $\vec{v}(v_1, v_2)$ da como resultado

un punto B que resulta de trasladar el punto según el vector

$$A + \vec{v} = B; B = (a_1, a_2) + (v_1, v_2) = a_1 + v_1, a_2 + v_2;$$

17. Ejercicios de vectores y rectas

Sumar el punto $A(7,6)$ y el vector $C(1,3)$ D $(6,1)$

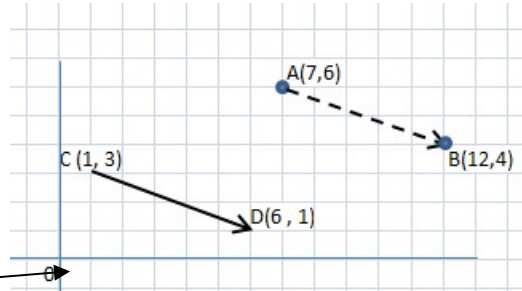
Solución

Analíticamente :

$$\overrightarrow{CD} = (6 - 1, 1 - 3) = (5, -2)$$

$$A + \overrightarrow{CD} = B = (7, 6) + (5, -2); B = (12, 4)$$

Gráficamente:



18. Ejercicios de vectores y rectas

Conociendo que $B(-4, 3)$ es el punto transformado de $A(-2, 1)$ por la translación del vector $\vec{v}(x, y)$. Calcular x e y .

Solución

$$A + \vec{v} = B = (-2, 1) + (x, y) = (-4, 3); (x, y) = (-4, 3) - (-2, 1)$$

$$x = ((-4) - (-2)) = -2; y = (3 - 1) = 2; \vec{v}(x, y) = (-2, 2)$$

4 Ecuaciones de la recta

Una recta queda definida por dos puntos A y B . La recta es la línea que une dos puntos y se prolonga indefinidamente.

4.1 Ecuación vectorial de la recta

Podemos representar la recta como la translación de un punto por un vector. Dado que la recta tiene infinitos puntos tendríamos que calcularla para todos los puntos t , siendo t un número real.

$$P = A + t\vec{v}$$

$$\text{Ecuación vectorial de la recta } (x, y) = (a, b) + t(v_1, v_2)$$

Dado que $A(a, b)$ es un punto de la recta y $\vec{v}(v_1, v_2)$ es el vector director de la recta, cualquier punto (x, y) de la recta lo obtenemos dando valores a t .

19. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos $A(0, 3)$ y $B(2, 5)$

Solución

$$\text{Calculamos el vector director de la recta } \vec{v} = \overrightarrow{AB} = (2 - 0, 5 - 3); \vec{v} = (2, 2);$$

La ecuación de la recta que tiene como vector director $\vec{v}$ y pasa por A y B será:

$$(x, y) = (a, b) + t(v_1, v_2); (x, y) = (0, 3) + t(2, 2);$$

20. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular la ecuación de la recta que pasa por (1,1) y tiene el vector director $\vec{v}$ (3,1)

Solución

$$(x, y) = (a, b) + t(v_1, v_2); \quad (x, y) = (1, 1) + t(3, 1);$$

4.2 Ecuación paramétrica

Siendo t un número real, la ecuación paramétrica la obtenemos igualando coordenada a coordenada.

$$(x, y) = (a, b) + t(v_1, v_2);$$

$$x = a + tv_1;$$

$$y = b + tv_2;$$

21. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular la ecuación paramétrica de la recta que pasa por el punto A(-2,3) y tiene por vector director $\vec{v}$ (1,3)

Solución

$$x = a + tv_1; x = -2 + t \cdot (1); x = -2 + t;$$

$$y = b + tv_2; y = 3 + t \cdot (3); y = 3 + 3t;$$

4.3 Ecuación continua

La ecuación continua la obtenemos igualando t en la ecuación paramétrica

$$x = a + tv_1; x - a = tv_1; t = \frac{x - a}{v_1};$$

$$y = b + tv_2; y - b = tv_2; t = \frac{y - b}{v_2};$$

Iguamos las dos ecuaciones $\frac{x - a}{v_1} = \frac{y - b}{v_2};$

22. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular la ecuación continua de la recta que pasa por el punto A(-2, 3) y tiene por vector director $\vec{v}$ (1,3)

Solución

$$\frac{x - a}{v_1} = \frac{y - b}{v_2}; \frac{x - (-2)}{1} = \frac{y - 3}{3}; \frac{x + 2}{1} = \frac{y - 3}{3}$$

23. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos A(4,1) y B(-2, 3)

Solución

Hallamos el vector director $\vec{v} = (-2 - 4), (3 - 1) = (-6, 2); \vec{v} = (-6, 2);$

$$\frac{x - a}{v_1} = \frac{y - b}{v_2}; \frac{x - 4}{-6} = \frac{y - 1}{2};$$

4.4 Ecuación punto pendiente

A partir de la ecuación continua de la recta podemos obtener la ecuación punto pendiente.

$$\frac{x-a}{v_1} = \frac{y-b}{v_2}; \frac{(x-a)v_2}{v_1} = y-b; (x-a)\frac{v_2}{v_1} = y-b$$

$$\frac{v_2}{v_1} = m; m \text{ es la pendiente del vector director o lo que es lo mismo la tangente:}$$

$$(x-a)m = (y-b)$$

24. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular la ecuación punto pendiente de la recta que pasa por los puntos

$$A(4,1) \text{ y } B(-2, 3)$$

Solución

$$\text{Hallamos el vector director } \vec{v} = (-2-4), (3-1); \vec{v}(-6,2);$$

$$\text{La pendiente o tangente del vector es } \frac{2}{-6}, m = -\frac{1}{3};$$

$$(x-a)m = (y-b); (x-4)\left(-\frac{1}{3}\right) = (y-1);$$

4.5 Ecuación explícita

A partir de la ecuación punto pendiente obtenemos la ecuación explícita.

$$(x-a)\frac{v_2}{v_1} = y-b; y = (x-a)\frac{v_2}{v_1} + b; y = x * \frac{v_2}{v_1} - a * \frac{v_2}{v_1} + b;$$

$$y = x * \frac{v_2}{v_1} + \left(b - a * \frac{v_2}{v_1}\right);$$

$$\frac{v_2}{v_1} = m \text{ (la pendiente del vector directo)}$$

$$b - a \frac{v_2}{v_1} = n; \text{ punto en que corta la recta al eje de Ordenadas o eje de la } y;$$

$$y = mx + n;$$

25. Ejercicios de vectores y rectas

Dada la ecuación de la recta $y = 2x - 3$; hallar la pendiente y un vector director;

Solución

La pendiente es $m=2$

$$\text{El vector director } \vec{v} = (1, 2)$$

4.6 Ecuación General o Implícita

$$Ax + By + C = 0;$$

Si despejamos términos tendremos

$$By = -Ax - C; y = -\frac{Ax}{B} - \frac{C}{B};$$

Comparando esta ecuación con la explícita ($y = mx + n$), tendremos ;

$$\text{Pendiente: } m = -\frac{A}{B}; \text{ Ordenada: } n = -\frac{C}{B} \text{ y vector director } \vec{v} = (B, -A)$$

26. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular la ecuación General o Implícita de la recta que pasa por los puntos R (2,3) y P (1,1)

Solución 1

Hallamos el vector director de la recta $\vec{v} = (1 - 2, 1 - 3) = (-1, -2)$

Dado que según la demostración $\vec{v} = (B, -A)$; $\Rightarrow B = -1$ y $A = -(-2)$; $A = 2$;

Ecuación implícita de la recta es $Ax + By + C = 0$

La ecuación de la recta pedida será $2x - 1y + C = 0$; $2x - y + C = 0$

Puesto que conocemos dos puntos por los que pasa la recta podremos calcular el valor de C

Tomamos el punto más sencillo P(1,1) y sustituyo el valor de la x e y

en la ecuación $2 \cdot 1 - (1) + C = 0$; $2 - 1 + C = 0$; $C = -1$;

La recta será $3x - y - 1 = 0$; $y = 3x - 1$;

Solución 2

Sustituimos en la ecuación explícita $y = mx + n$; los valores de los puntos por los que pasa

$y = mx + n$; $3 = m \cdot 2 + n$; $1 = 1 + m + n$

$3 = 2m + n$; $n = 3 - 2m$;

$1 = m + n$; $n = 1 - m$

Resolvemos las ecuaciones método igualación $3 - 2m = 1 - m$; $3 - 1 = 2m - m$; $m = 2$;

Sustituyo en una de ellas $n = 1 - m$; $n = 1 - 2$; $n = -1$

Ecuación de la recta será $y = 2x - 1$;

27. Ejercicios de vectores y rectas

Dada la ecuación de la recta $x - y - 3 = 0$; hallar el vector director, la pendiente y un punto de dicha recta.

Solución

Vector director $\vec{v} = (B, -A)$; $\Rightarrow A = 1, B = -1$;

Pendiente $m = -\frac{A}{B} \Rightarrow m = -\frac{1}{(-1)}$; $m = \frac{1}{1}$; $m = 1$

Hallamos un punto de la recta dando valores a x ej ($x = 1$)

$x - y - 3 = 0$; Para $x = 1$; $1 - y - 3 = 0$; $y = 1 - 3$; $y = -2$;

Un punto por el que pasa la recta será $(1, -2)$

5 Posiciones de dos rectas en el plano

Paralelas:

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente $m = \frac{v_2}{v_1}$ y pasan por distintos puntos

Coincidentes :

Dos rectas son coincidentes si tienen la misma pendiente $m = \frac{v_2}{v_1}$ y pasan por los mismos puntos

Secantes :

Dos rectas son secantes si tienen distintas pendiente $m' \neq m$

Perpendiculares:

Dos rectas son perpendiculares si las pendiente son: $m' = \frac{v_2}{v_1}$ y $m = -\frac{v_1}{v_2}$

28. Ejercicios de vectores y rectas

Dada la recta $y = 2x - 1$; Estudiar si el punto $A(1,3)$ pertenece a la recta.

Solución :

Para ver si el punto pertenece a la recta sustituimos las coordenadas del punto en la ecuación de la recta

$y = 2x - 1$; comprobamos si $3 = 2(1) - 1$; $3 \neq 1$ luego el punto no pertenece a la recta.

29. Ejercicios de vectores y rectas

Dada la recta $y = mx - 3$; calcular el valor de m (pendiente) para que la recta pase por el punto $A(2, -1)$

Solución :

Si la recta ha de pasar por el punto $A(2, -1)$ ese punto pertenecerá a la recta por lo que ha de cumplir la ecuación de la recta.

$y = mx - 3$; sustituimos $\Rightarrow -1 = m(2) - 3$; $-1 = 2m - 3$;

$2m = -1 + 3$; $2m = 2$; $m = \frac{2}{2}$; $m = 1$;

La recta que pasa por ese punto será $y = x - 3$;

30. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A(1,7)$ y $B(4,6)$ en forma explícita

$y = mx + n$;

Solución :

$m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{6 - 7}{4 - 1} = \frac{-1}{3}$;

$y = mx + n$; $y = \frac{-1}{3}x + n$;

Tomamos uno de los puntos por los que pasa $(1,7)$ para calcular n ;

$y = \frac{-1}{3}x + n$; $7 = \frac{-1}{3} \cdot 1 + n$; $7 = -\frac{1}{3} + n$; $n = 7 + \frac{1}{3}$; $n = \frac{21}{3} + \frac{1}{3}$; $n = \frac{22}{3}$

La ecuación de la recta será $y = \frac{-1}{3}x + \frac{22}{3}$;

31. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por A(1,6) y forma un ángulo de 60° con el eje OY

$$y = mx + n;$$

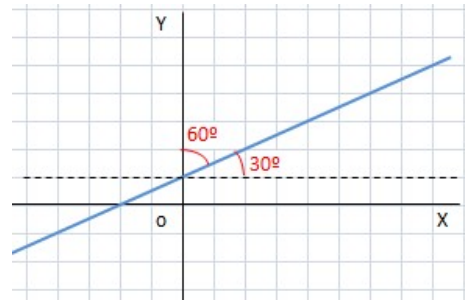
Solución :

Si forma un ángulo de 60° con el eje OY formará un ángulo de 30° con el eje OX

$$m = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{cos} 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3};$$

$y = mx + n$; $y = \sqrt{3}x + n$; dado que la recta pasa por (1,6) ha de cumplirse

$$6 = \sqrt{3}(1) + n; n = 6 - \sqrt{3}; \text{ la recta será } y = \sqrt{3}x + (6 - \sqrt{3})$$



32. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar la ecuación de la recta que se muestra en la figura

$$y = mx + n;$$

Solución :

Para calcular la ecuación de la recta tomamos dos puntos de la misma, en este caso he tomado el punto A(2,0) y el B(7,2) cuyas coordenadas tienen valores exactos

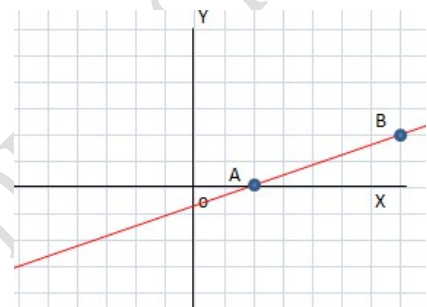
$$m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{2 - 0}{7 - 2} = \frac{2}{5};$$

$$y = mx + n; y = \frac{2}{5}x + n;$$

Tomamos uno de los puntos por los que pasa (2,0) para calcular n;

$$y = \frac{2}{5}x + n; 0 = \frac{2}{5} \cdot 2 + n; 0 = \frac{4}{5} + n; n = -\frac{4}{5};$$

$$\text{La ecuación de la recta será } y = \frac{2}{5}x - \frac{4}{5};$$



33. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar los puntos de corte de las siguientes rectas

$$u: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2}$$

$$v: \begin{cases} x = 4 - t, \\ y = t; \end{cases}$$

Solución :

En la recta v despejamos t ; $t = 4 - x$; $t = y$

igualamos y la ecuación de la recta será $y = 4 - x$;

En la recta u $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2}$, despejamos y $2x = y + 2$; $y = 2x - 2$

Tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas, hallamos los puntos comunes y esos son los puntos donde se cortarán.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x - 2 \\ y = 4 - x; \end{array} \right\} \text{Igualamos la } y; 2x - 2 = 4 - x; 2x + x = 4 + 2; 3x = 6$$

$$x = 2;$$

Sustituimos el valor de la x en cualquiera de las dos $y = 2x - 2$;

$$y = 2 * 2 - 2; y = 2;$$

El punto donde se cortan es el $(2, 2)$

34. Ejercicios de vectores y rectas

Calcular las coordenadas de los vertices del triangulo cuyos lados están contenidos en las rectas

$$r: x - y - 1 = 0$$

$$s: x + y + 2 = 0$$

$$t: 3x - y + 2 = 0$$

Solución :

Hallamos los puntos de corte de las tres rectas y tendremos los vertices del triangulo

$$\left\{ \begin{array}{l} r: x - y - 1 = 0 \\ s: x + y + 2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = x - 1 \\ y = -2 - x; \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{igualamos } x - 1 = -2 - x; \\ 2x = -1; x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2} - 1; y = -\frac{3}{2}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s: x + y + 2 = 0 \\ t: 3x - y + 2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = -x - 2 \\ y = 3x + 2; \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{igualamos } -x - 2 = 3x + 2; \\ 4x = -4; x = -1; y = -(-1) - 2; y = -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r: x - y - 1 = 0 \\ t: 3x - y + 2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = x - 1 \\ y = 3x + 2; \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{igualamos } x - 1 = 3x + 2; 2x = -3; \\ x = -\frac{3}{2}; y = -\frac{3}{2} - 1; y = -\frac{5}{2}; \end{array} \right.$$

Los vertices del triangulo son:

$$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right); (-1, -1); \left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

35. Ejercicios de vectores y rectas

Determinar las ecuaciones de las rectas que forman los ejes de coordenadas.

Solución :

$$y = mx + n;$$

Como pasan por el origen $n = 0$;

$$\text{Ecuacion del eje de las } X \quad y = 0$$

$$\text{Ecuacion del eje de las } Y \quad x = 0$$

36. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar los puntos de corte de las rectas r y s

Recta r pasa por los puntos $(1, 6)$ y $(-4, 6)$

Recta s : $y = 6$;

Solución :

$$y=mx+n;$$

Ecuacion de la recta r

$$m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{6-6}{(-4)-1} = \frac{0}{-5}; m = 0$$

$$y = mx + n; y = 0x + n; y = n; \text{ si pasa por } (1,6), 6 = 0 * 1 + n; n = 6; \Rightarrow y = 6;$$

$$\text{La recta r: } y = 6;$$

$$\text{La recta s: } y = 6;$$

Las dos rectas son coincidentes

37. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar los puntos de corte de las rectas r y s

Recta r pasa por los puntos (3,11) y (3,-17)

Recta s $x=3$;

Solución :

$$y=mx+n;$$

Ecuacion de la recta r:

$$m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{(-17) - 11}{3 - 3} = \frac{-28}{0}; m = -\infty; \text{ No esta definido}$$

$$y = mx + n; y = (-\infty)x + n; \text{ la recta es perpendicular al eje X y pasa por } x = 3$$

$$\text{Recta s: } x=3$$

Las dos rectas son coincidentes

38. Ejercicios de vectores y rectas

Halla la recta paralela a $y = 3x - 3$; y que pasa por (1,5);

Solución :

La recta paralela a la recta $y = 3x - 3$; tendra la misma pendiente por lo que será

$$y = 3x + n; \text{ puesto que pasa por } (1,5) \text{ ha de cumplirse } 5 = 3 * 1 + n; n = 5 - 3; n = 2;$$

$$\text{La recta será } y = 3x + 2$$

39. Ejercicios de vectores y rectas

Halla la recta perpendicular a $y = 3x - 3$; y que pasa por (1,5);

Solución :

$$\text{La recta perpendicular a la recta } y = 3x - 3; \text{ tiene que tener por pendiente } m = \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{por lo que la recta será } y = \left(-\frac{1}{3}\right)x + n; \text{ puesto que ha de pasar por } (1,5) \text{ ha de cumplir}$$

$$5 = \left(-\frac{1}{3}\right)1 + n; n = 5 + \frac{1}{3}; n = \frac{16}{3};$$

$$\text{La recta será } y = \left(-\frac{1}{3}\right)x + \frac{16}{3};$$

40. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar la recta perpendicular a la recta $y = \left(\frac{2}{3}\right)x - 3$; y que pasa por (1,1);

Solución :

La recta perpendicular a la recta $y = \left(\frac{2}{3}\right)x - 3$; tiene que tener por pendiente $\left(-\frac{3}{2}\right)$

por lo que será $y = \left(-\frac{3}{2}\right)x + n$. Puesto que ha de pasar por (1,1) ha de cumplir

$$1 = \left(-\frac{3}{2}\right) * 1 + n; n = 1 + \frac{3}{2}; n = \frac{5}{2}$$

La recta será $y = \left(-\frac{3}{2}\right)x + \frac{5}{2}$;

41. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar la posición de las siguientes rectas, calculando los puntos de corte.

$$r: y = 2x + 5;$$

$$s: y = 2x - 7;$$

Solución :

Dado que tienen la misma pendiente son rectas paralelas por lo tanto no se cortan;

$$\left\{ \begin{array}{l} r: y = 2x + 5; \\ s: y = 2x - 7; \end{array} \right\} \text{ igualmos } 2x + 5 = 2x - 7; 2x - 2x = -7 - 5; 0 \neq -12$$

No hay puntos de corte son paralelas

42. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar la posición de las siguientes rectas, calculando los puntos de corte.

$$r: y = \frac{1}{2}x + 1;$$

$$s: y = 2x - 2;$$

Solución :

$$\left\{ \begin{array}{l} r: y = \frac{1}{2}x + 1; \\ s: y = 2x - 2; \end{array} \right\} \text{ igualmos } \frac{1}{2}x + 1 = 2x - 2; 2x - \frac{1}{2}x = 1 + 2;$$

$$\frac{3}{2}x = 3; x = \frac{6}{3}; x = 2;$$

Sustituimos en cualquiera de las dos $y = 2x - 2$; $y = 2(2) - 2$; $y = 2$

Las rectas son secantes y se cortan en el punto (2,2)

43. Ejercicios de vectores y rectas

Hallar la posición de las siguientes rectas, calculando los puntos de corte.

$$r: y = 2x + 5; \quad s: y = -\frac{1}{2}x + 1;$$

Solución :

Dado que tienen la misma pendiente opuestas son perpendiculares por lo tanto se cortan en un punto;

$$\left\{ \begin{array}{l} s: y = -\frac{1}{2}x + 1; \\ r: y = 2x + 5; \end{array} \right\} \text{ igualmos } -\frac{1}{2}x + 1 = 2x + 5;$$

$$2x + \frac{1}{2}x = 1 - 5; \frac{5}{2}x = -4; x = -8/5;$$

Sustituimos en cualquiera de las dos $y = 2x + 5$; $y = 2\left(-\frac{8}{5}\right) + 5$;

$$y = -\frac{16}{5} + 5 = \frac{-16 + 25}{5}; y = \frac{9}{5};$$

Las rectas son perpendiculares y se cortan en el punto $\left(-\frac{8}{5}, \frac{9}{5}\right)$

44. Ejercicios de vectores y rectas

Dada la recta $r: 7x + 2y - 3 = 0$, Hallar:

- a) Una paralela a r que pase por el punto $(1,6)$
- b) Una perpendicular a r que pase por el punto $(7,3)$

Solución :

Ponemos la recta en forma explícita despejando y

Dada la recta $r: 7x + 2y - 3 = 0, \Rightarrow 2y = -7x + 3; y = \left(-\frac{7}{2}\right)x + \frac{3}{2};$

- a) Una recta paralela a r , tendrá la misma pendiente luego será de la forma

$y = \left(-\frac{7}{2}\right)x + n$; Como ha de pasar por $(1,6)$ sustituyo $6 = \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot 1 + n$;

$$6 = \left(-\frac{7}{2}\right) + n; n = 6 + \frac{7}{2} = \frac{19}{2}; n = \frac{19}{2}$$

La recta paralela a r que pasa por $(1,6)$ será $y = \left(-\frac{7}{2}\right)x + \frac{19}{2}; \Rightarrow 2y + 7x - 19 = 0$;

- b) Una recta perpendicular a r , tendrá una pendiente inversa, luego será de la forma

$y = \left(\frac{2}{7}\right)x + n$; Como ha de pasar por $(7,3)$ sustituyo en la ecuación $3 = \left(\frac{2}{7}\right) \cdot 7 + n$;

$$3 = 2 + n; n = 3 - 2; n = 1;$$

La recta perpendicular a r que pasa por $(7,3)$ será $y = \left(\frac{2}{7}\right)x + 1 \Rightarrow 7y - 2x - 7 = 0$

6 Ecuación de la circunferencia:

Definición de circunferencia: Circunferencia es el conjunto de puntos (x,y) que equidistan de uno O llamado centro

$$R = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2};$$

$$R^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

45. Ejercicios de circunferencias

Hallar la ecuación de la circunferencia

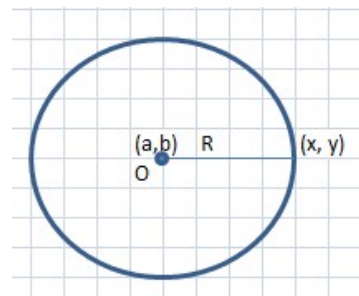
que tiene el centro en $(2,5)$ y radio $= 3$;

Solución :

$$R^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2; 3^2 = (x-2)^2 + (y-5)^2;$$

$$9 = x^2 + 2^2 - (2 \cdot 2 \cdot x) + y^2 + 5^2 - (2 \cdot 5 \cdot y);$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y - 9 + 4 + 25 = 0; x^2 + y^2 - 4x - 10y + 20 = 0$$



46. Ejercicios de circunferencias

Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene el centro en $(2, -3)$ y radio $= 4$;

Solución :

$$R^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2; 4^2 = (x - 2)^2 + (y - (-3))^2;$$

$$4^2 = (x - 2)^2 + (y + 3)^2;$$

$$16 = x^2 + 2^2 - (2 * 2 * x) + y^2 + 3^2 + (2 * 3 * y);$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 16 + 4 + 9 = 0; x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$$

47. Ejercicios de circunferencias

Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene el centro en $(-2, -3)$

y radio = 5;

Solución :

$$R^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2; 5^2 = (x - (-2))^2 + (y - (-3))^2;$$

$$5^2 = (x + 2)^2 + (y + 3)^2;$$

$$25 = x^2 + 2^2 + (2 * 2 * x) + y^2 + 3^2 + (2 * 3 * y);$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y - 25 + 4 + 9 = 0; x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$$

48. Ejercicios de circunferencias

Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene el centro en $(0,0)$ y radio 3

Solución :

$$R^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2; 3^2 = (x - 0)^2 + (y - 0)^2;$$

$$9 = x^2 + y^2; x^2 + y^2 - 9 = 0$$

49. Ejercicios de circunferencias

Dada la ecuación de la circunferencia $16 = (x - 5)^2 + (y - 3)^2$;

a) Hallar el radio y el centro de la circunferencia

b) Comprobar si el punto $(1,6)$ está dentro, en o fuera de la circunferencia.

Solución :

a) $16 = (x - 5)^2 + (y - 3)^2$; el centro es $(5,3)$ y el radio $r = 4$

b.- Para hallar la posición del punto respecto a la circunferencia sustituyo el valor del punto $(1,6)$ en la ecuación de la circunferencia

- Si se cumple la igualdad el punto estaría en la circunferencia
- Si el R es mayor el punto estaría dentro de la circunferencia
- Si el R es menor el punto estará fuera de la circunferencia

$$16 = (1 - 5)^2 + (6 - 3)^2; 16 = (-4)^2 + (3)^2; 16 \neq (16 + 9) = 25;$$

$16 < 25$ por lo que el punto está fuera de la circunferencia

7 Distancia entre dos puntos

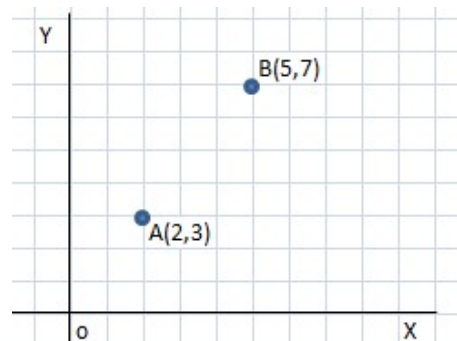
La distancia entre dos puntos es el valor del módulo del vector que tiene como origen y extremo dichos puntos

Calculamos el vector $\overrightarrow{AB}$ $(5 - 2, 7 - 3)$

$$\overrightarrow{AB} = (3, 4)$$

Calculamos el módulo del vector

$$|\overrightarrow{AB}| = \text{Distancia} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$



8 Punto medio de un segmento

Las coordenadas del punto medio M de un segmento de extremos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

50. Ejercicios de vectores

Calcular la distancia entre los puntos $A(1, 7)$ y $B(4, 5)$

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (4 - 1, 5 - 7); \overrightarrow{AB} = (3, -2)$$

$$d = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \text{ Distancia} = \sqrt{13};$$

51. Ejercicios de vectores

Calcular las coordenadas del punto medio del segmento $A(2, 7)$ y $B(4, 5)$

Solución:

$$M = \left(\frac{2 + 4}{2}, \frac{7 + 5}{2} \right) = \left(\frac{6}{2}, \frac{12}{2} \right); \text{Punto medio } (3, 6)$$

52. Ejercicios de vectores

Calcular las coordenadas del punto medio del segmento $A(-1, 7)$ y $B(-5, -5)$

Solución:

$$M = \left(\frac{(-1) + (-5)}{2}, \frac{7 + (-5)}{2} \right) = \left(\frac{-6}{2}, \frac{2}{2} \right); \text{Punto medio } (-3, 1)$$

53. Ejercicios de vectores

$C(-2, 5)$ es el punto medio del segmento AB . Hallar el punto $B(x, y)$ sabiendo las coordenadas de $A(6, -3)$

Solución:

$$(-2, 5) = \left(\frac{(x) + (6)}{2}, \frac{y + (-3)}{2} \right); -2 = \frac{x + 6}{2}; 5 = \frac{y - 3}{2};$$

$$-2 = \frac{x + 6}{2}; -4 = x + 6; x = -4 - 6; x = -10;$$

$$5 = \frac{y - 3}{2}; 10 = y - 3; y = 10 + 3; y = 13;$$

El punto B es $(-10, 13)$

54. Ejercicios de vectores

Hallar el punto simétrico a $A(-3, 4)$ respecto del punto $(2, 3)$

Solución:

El punto medio de A y su simétrico $B(x, y)$ será el punto $(2, 3)$

$$(2, 3) = \left(\frac{(-3) + (x)}{2}, \frac{4 + (y)}{2} \right); 2 = \frac{x - 3}{2}; 3 = \frac{y + 4}{2};$$

$$2 = \frac{x - 3}{2}; 4 = x - 3; x = 4 + 3; x = 7;$$

$$3 = \frac{y + 4}{2}; 6 = y + 4; y = 6 - 4; y = 2;$$

El punto B es $(7, 2)$

55. Ejercicios de vectores

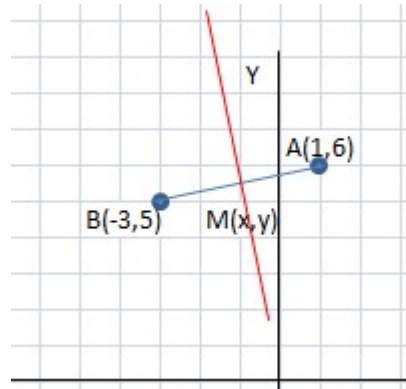
Dado el segmento de extremos A(1,6) y B (-3,5), escribir la ecuación de la recta mediatriz de dicho segmento

Solución :

Podemos calcularlo de varias formas:

- a) La recta mediatriz es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos del segmento.

Distancia BM = distancia MA



$$\sqrt{(x - (-3))^2 + (y - 5)^2} = \sqrt{(1 - x)^2 + (6 - y)^2};$$

$$\sqrt{(x + 3)^2 + (y - 5)^2} = \sqrt{(1 - x)^2 + (6 - y)^2}$$

Quitamos las raíces elevando al cuadrado los dos terminos

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = (1 - x)^2 + (6 - y)^2;$$

$$x^2 + 9 + 6x + y^2 + 25 - 10y = 1 + x^2 - 2x + 36 + y^2 - 12y$$

$$x^2 + 9 + 6x + y^2 + 25 - 10y = 1 + x^2 - 2x + 36 + y^2 - 12y$$

$$9 + 6x + 25 - 10y = 1 - 2x + 36 - 12y;$$

$$12y - 10y = -6x - 2x + 1 + 36 - 25 - 9;$$

$$2y = -8x + 37 - 34; 2y = -8x + 3; y = -4x + 3/2$$

- b) Calculamos la recta que pasa por los dos puntos que delimitan el segmento y calculamos la perpendicular a dicha recta por el punto medio del segmento.

$$\text{Pendiente de la recta } m = \frac{6 - 5}{1 - (-3)}; m = \frac{1}{4}$$

$$\text{Punto medio del segmento } M = \frac{1 + (-3)}{2}, \frac{6 + 5}{2}; M = -1, \frac{11}{2};$$

La recta perpendicular tendrá de pendiente $m = -4$;

La mediatriz pasará por el punto $(-1, \frac{11}{2})$

La ecuación será: $y = mx + n$; $y = -4x + n$;

Calculamos n sabiendo que pasa por $(-1, \frac{11}{2})$; $\frac{11}{2} = -4(-1) + n$;

$$\frac{11}{2} = 4 + n; n = \frac{11}{2} - 4; n = \frac{11 - 8}{2}; n = \frac{3}{2};$$

La ecuación de la mediatriz del segmento es: $y = -4x + \frac{3}{2}$;

56. Ejercicios de vectores

Dado el triángulo de vértices A(0,3), B(7,0) y C(5,4), hallar la ecuación de la altura del vértice C al lado AB

Solución :

Calculamos la pendiente de la recta que pasa por los dos puntos A, B

$$\text{Pendiente de la recta } ab = \frac{3-0}{0-7}; m = -\frac{3}{7}$$

la recta perpendicular tendrá de pendiente $m = \frac{7}{3}$

La ecuación será: $y = mx + n$; $y = \frac{7}{3}x + n$;

Calculamos n sabiendo que pasa por el punto C(5,4); $4 = \frac{7}{3}5 + n$;

$$4 - \frac{35}{3} = n; n = \frac{12 - 35}{3}; n = \frac{-23}{3}$$

$$\text{La ecuación de la altura es: } y = \frac{7}{3}x - \frac{23}{3}$$

