

Probabilidad

Contenido

1	EXPERIMENTOS ALEATORIOS Y SUCESOS.....	2
1.1	OPERACIONES CON SUCESOS.....	2
2	FRECUENCIA RELATIVA Y PROBABILIDAD	5
3	ASIGNACIÓN DE PROBABILIDADES.....	9
4	MÉTODOS DE RECuento.....	12
4.1	COMBINACIONES	13
4.2	PERMUTACIONES	14
4.3	VARIACIONES.....	15
4.4	CALCULO DE LA PROBABILIDAD BINOMIAL.....	21
5	PROBABILIDAD CONDICIONADA.....	24
5.1	SUCESOS INCOMPATIBLES, INDEPENDIENTES	24
6	DEPENDENCIA E INDEPENDENCIA DE SUCESOS.....	27
7	TEORÍA DE LA PROBABILIDAD TOTAL.....	30
7.1	PARTICIÓN DEL ESPACIO MUESTRAL.....	30
7.2	TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL.....	30
8	TEOREMA DE BAYES.....	33

1 Experimentos aleatorios y sucesos

Este apartado con más detalle y ejercicios se puede seguir en el apartado Estadísticas del curso de 4º de la ESO

Experimento aleatorio y determinista

El experimento aleatorio depende del azar o la suerte, lanzar un dado y ver que numero sale

El experimento determinista, se sabe de antemano, el resultado a obtener; espacio recorrido por un móvil que se mueve a velocidad constante

Espacio muestral y suceso

Se llama espacio muestral, E de un experimento al conjunto de todos los resultados posibles

Suceso es un subconjunto del espacio muestral

Ejemplo:

Lanzar un dado de 6 caras, puede salir cualquier número :

Espacio muestral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Sucesos: Podemos elegir distintos sucesos: (todos Subconjuntos de E)

1. Sacar un numero par $\{2, 4, 6\}$
2. Sacar un número menor de 3 $\{1, 2\}$ E
3. Sacar un 1 o un 3 $\{1, 3\}$
4. Sacar un número menor de 7
5. Sacar un 0
6. Sacar un 4 $\{4\}$

Suceso seguro

Es el que está formado por todos los resultados posibles, esto es, todo el espacio muestral E

El suceso 4. Sacar un número menor de 7 (siempre que lancemos el dado aparecerá un número menor de 7)

Suceso Imposible

Es el que está formado por ningun resultado $\emptyset$ conjunto vacio

Suceso 5. Sacar un 5 $\{\emptyset\}$

Suceso Elemental

Es el que está formado por un unico elemento del espacio muestral

Suceso 6. Sacar un 4 $\{4\}$ es un suceso elemental

Suceso compuesto

Es el que está formado por mas de un elemento del espacio muestral

Los Sucesos 1, 2, 3, 4 son sucesos compuestos

Suceso contrario o complementario

El suceso complementario o contrario de A es el suceso $B = \bar{A}$ que contiene los elementos muestrales que no estan en A

El suceso contrario del suceso 1 (sacar un numero para) sería el suceso $B = \bar{A} = \{1, 3, 5\}$

1.1 Operaciones con sucesos

Unión de dos sucesos A y B

Se escribe $A \cup B$ y es otro suceso formado por todos los sucesos elementales que hay en A o en B .

$A \cup B = W$ tal que $W \in E$

Intersección de dos suceso A y B

Se escribe $A \cap B$ y es otro suceso formado por todos los sucesos elementales que hay en A y en B.

$A \cap B = W$ tal que $W \in E$

Leyes de Morgan

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\bar{\bar{A}} = A$$

Sucesos incompatibles

Se dice que dos sucesos A y B son incompatibles si no pueden ocurrir los dos a la vez $\Rightarrow A \cap B = \emptyset$

Diferencia de sucesos

$A - B$ es el suceso formado por todos los elementos de A que no estan en B

$$A - B = A \cap \bar{B}$$

Ejemplo:

Lanzar un dado de 6 caras, puede salir cualquier número :

Espacio muestral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Suceso A sacar un numero par = $\{2, 4, 6\}$

Suceso B sacar un numero menor que 5 = $\{1, 2, 3, 4\}$; $\bar{B} = \{5, 6\}$

Los elementos de A que no estan en B solo es el 6; $A - B = A \cap \bar{B} = \{6\}$

a) Ejercicio

En el experimento de sacar una carta de la baraja española consideramos los sucesos A = "sacar un rey" y B = "sacar un bastos"

Obtener : a) $A \cup B$; b) $A \cap B$ c) $\bar{A}$; d) $\bar{B}$

Solución

Espacio muestral de A = $\{RO, RC, RE, RB\}$

Espacio muestral de B = $\{1B, 2B, 3B, 4B, 5B, 6B, 7B, SB, CB, RB\}$

a) $A \cup B = \{1B, 2B, 3B, 4B, 5B, 6B, 7B, SB, CB, RB, RO, RC, RE\}$

b) $A \cap B = \{RB\}$

c) $\bar{A} = \{36 \text{ cartas, todas las cartas de la baraja menos los reyes}\}$

d) $\bar{B} = \{30 \text{ cartas, todas las cartas de la baraja menos los bastos}\}$

b) Ejercicio

Consideramos el experimento de lanzar al aire tres monedas

Se considera suceso A = "Obtener al menos una cara; suceso B = "obtener una sola cara"

a) hallar el espacio muestral; b) $A \cup B$; c) $A \cap B$; d) $\bar{A}$; e) $\bar{B}$

Solución

a) hallar el espacio muestral; $E = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XXX, XCC, XXC, XCX\}$

$A = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XXC, XCX\}$

$B = \{CXX, XXC, XCX\}$

b) $A \cup B = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XXC, XCX\}$; c) $A \cap B = \{CXX, XCX, XXC\}$

d) $\bar{A} = \{XXX\}$; e) $\bar{B} = \{CCC, CCX, CXC, XCC, XXX, \}$

c) Ejercicio

Se lanza un dado blanco y otro verde. Se considera suceso A = "la suma de los puntos es 6", suceso B = "obtener el mismo resultado en ambos dados" y suceso C = "Obtener par en el dado verde"

a) hallar el espacio muestral; b) $\bar{A}$; c) AUC; d) $\bar{A} \cap B$; e) $(B \cup C) \cap A$; f) $(A \cap B) - C$

Solución

a) Hallar el espacio muestral: $\{(1,1), (1,2), \dots, (1,6); (2,1), (2,2), \dots, (2,6); (3,1), (3,2), \dots, (3,6), (4,1), (4,2), \dots, (4,6); (5,1), (5,2), \dots, (5,6); (6,1), (6,2), \dots, (6,6)\}$

A = "la suma de los puntos es 6" = $\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$

B = "Obtener el mismo resultado en ambos lados" = $\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

C = "Obtener par en el lado verde" = $\{(1,2), (1,4), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,2), (3,4), (3,6), (4,2), (4,4), (4,6), (5,2), (5,4), (5,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$

b) $\bar{A}$ = E - $\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$

c) AUC = $\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1), (1,2), (1,4), (1,6), (2,2), (2,6), (3,2), (3,4), (3,6), (4,4), (4,6), (5,2), (5,4), (5,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$

d) $\bar{A} \cap B$ = $\{(1,1), (2,2), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

e) $(B \cup C) \cap A$ = $\{(2,4), (3,3), (4,2)\}$

f) $(A \cap B) - C$ = $(A \cap B) \cap \bar{C}$ = $\{(3,3)\}$

d) Ejercicio

Una familia tienen 3 hijos.

y el suceso A = "familia tiene al menos 2 niños" y suceso B = "familia tiene al menos un niño y una niña"

a) hallar el espacio muestral; b) AUB; c) $A \cap B$; d) $A - B$

Solución

Construimos un diagrama de árbol

a) Hallar el espacio muestral;

E = $\{VVV, VVM, VMV, VMM, MVV, MVM, MMV, MMM\}$

A = $\{VVV, VVM, VMV, MVV\}$

B = $\{VVM, VMV, VMM, MVV, MVM, MMV\}$

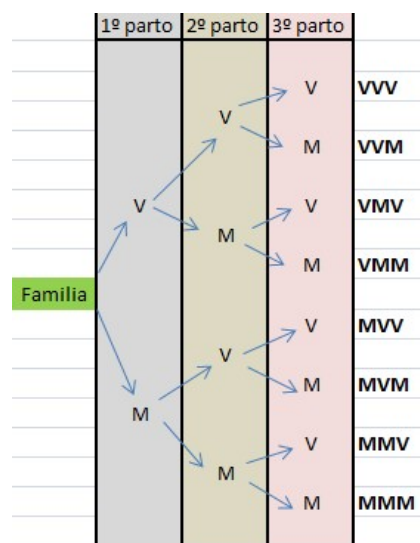
b) AUB = $\{VVV, VVM, VMV, VMM, MVV, MVM, MMV\}$

c) $A \cap B$ = $\{VVM, VMV, MVV\}$

d) $A - B$ = $A \cap \bar{B}$;

$\bar{B}$ = $\{VVV, MMM\}$

$A - B$ = $A \cap \bar{B}$ = $\{VVV\}$



e) Ejercicio

Definir el espacio muestral, dos sucesos elementales, dos compuestos, un suceso seguro y un imposible, sacar una carta de la baraja española.

Solución

1. Espacio muestral :

Son las 40 cartas de la baraja española

2. Sucesos elementales

Sacar un as de oros. Sacar un cuatro de espadas

3. Sucesos compuestos

Sacar un Rey (pues hay 4 reyes). Sacar un 5 (pues hay 4 cincos).

4. Suceso seguro

Sacar una de las 40 cartas

5. Suceso Imposible:

Sacar un 4 de corazones (pues esta carta no pertenece a la baraja española)

2 Frecuencia relativa y probabilidad

Frecuencias. Propiedades de la frecuencia relativa

Frecuencia absoluta de un suceso A , $f(A)$, es el número de veces que ocurre A

Frecuencia relativa de un suceso A al cociente entre el número de veces que ocurre A y el número

de repeticiones del experimento. $h(A) = \frac{f(A)}{n}$

Cuando el número de veces que repetimos el experimento es muy grande la frecuencia relativa tiende hacia un número. Este resultado, conocido como **ley de los grandes números**, nos lleva a definir **probabilidad de un suceso** como el número al que tiende la frecuencia relativa al repetir el experimento muchas veces.

La probabilidad de un suceso A , $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} h(A)$ cuando n (número de repeticiones del experimento) tiende a infinito

Propiedades de la frecuencia relativa (Probabilidad)

- ✓ La probabilidad de un suceso siempre está entre 0 y 1
- ✓ La probabilidad de un suceso seguro es 1
- ✓ La probabilidad de un suceso imposible es 0
- ✓ La probabilidad de la unión de dos sucesos cualesquiera $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- ✓ La probabilidad de la unión de varios sucesos cualesquiera
- ✓ $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
- ✓ Cuando dos sucesos son incompatibles (no pueden ocurrir los dos a la vez) se cumple $P(A \cap B) = 0$.
- ✓ Cuando dos sucesos son incompatibles, la probabilidad de la unión de los mismos es la suma de sus probabilidades $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- ✓ $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$
- ✓ La probabilidad de un suceso contrario a A , $\bar{A} = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- ✓ La probabilidad de la intersección de dos sucesos independiente $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
- ✓ Cuando dos sucesos son independientes $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$
- ✓ $P(A - B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$
- ✓ $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$; $P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B)$
- ✓ $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$; $P(B) = P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B)$

6. Ejercicio

Utilizando la baraja española hallar:

- a) A=Probabilidad de sacar un rey;
- b) B=Probabilidad de sacar una espada;
- c) $P(A \cup B)$

E=Espadas, O=Oros; C=Copas, B=Bastos S=Sota; C=Caballo; R=Rey

Solución

Probabilidad de sacar un rey

Hay 40 cartas en la baraja y 4 reyes

$$P(A) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

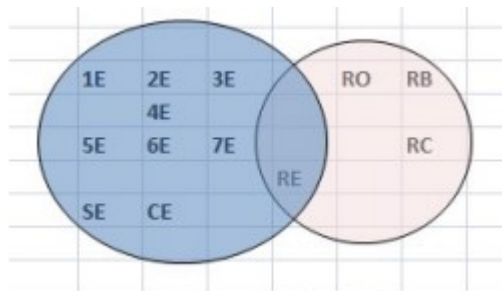
Probabilidad de sacar una espada

Hay 40 cartas en la baraja y 10 espadas

$$P(A) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

- c) $P(A \cap B) = \frac{1}{40}$. lo unico comun entre A y B es el rey de Espadas

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{10} + \frac{1}{4} - \frac{1}{40} = \frac{4}{40} + \frac{10}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}; P(A \cup B) = \frac{13}{40}$$



7. Ejercicio

Lanzamos un dado 6000 veces y obtenemos los siguientes resultados

Sale	1	2	3	4	5	6	
f1 (frecuencia Absoluta)	1200	900	1000	800	1100	1000	6000
h1(Frecuencia relativa)	0,20	0,15	0,17	0,13	0,18	0,17	1

Hallar la Calculamos las frecuencias relativas para cada número

$$\text{Para el 1 } h(1) = \frac{1200}{6000} = 0,2; \text{ Para el 1 } h(1) = \frac{1200}{6000} = 0,2$$

$$\text{Para el 5 } h(5) = \frac{1100}{6000} = 0,18333$$

¿Se puede considerar el dado equilibrado?

Hallar la probabilidad de que al lanzar el dado saga un numero par.

Solución

El dado no está equilibrado pues las frecuencia relativa son dispares

La probabilidad de que al lanzar el dado salga un numero para será:

$$P(\text{numero par}) = \frac{900}{6000} + \frac{800}{6000} + \frac{1000}{6000} = \frac{2700}{6000} = 0,45$$

8. Ejercicio

En el último campeonato de liga de los 4 partidos jugados en casa ha ganado 2 ha empatado 1 y ha perdido 1.

¿Cuál será la posibilidad de que gane en el próximo partido en casa?

¿Cuál será la posibilidad de que empate o pierda?

Solución

$$P(\text{gane}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; P(\text{empate o pierda}) = P(\text{que empate})\frac{1}{4} + P(\text{pierda})\frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

9. Ejercicio

Lanzamos dos monedas varias veces y medimos el suceso A="obtener cara en una moneda y cruz en la otra" según la tabla adjunta.

Hallar frecuencia relativa

La probabilidad aproximada del suceso A

n	10	25	50	100	250	500	750	1000
f(A)	3	11	26	55	128	252	373	502
h(A)	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5	0,5	0,5	0,502

Solución

La frecuencia relativa h(A) para el primer dato $\frac{3}{10} = 0,3$;

Para el dato mayor de n $h(A) = \frac{502}{1000} = 0,502$

La probabilidad de A $P(A) \sim 0,5$

10. Ejercicio

En el lanzamiento de un dado equilibrado se consideran los sucesos A="Obtener un número par"

B=" obtener un numero primo"

Hallar: P(A); P(B); P(A∪B); P(A∩B); P($\bar{A} \cap B$); P(A∩ $\bar{B}$)

Solución

$$P(A = \text{numero par } 2,4,6) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2};$$

$$P(B = \text{número primo } 2,3,5) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B)(2,3,4,5,6) = \frac{5}{6};$$

$$P(A \cap B)(2) = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A} \cap B)(\bar{A} = 1,3,5); B(2,3,5); P(\bar{A} \cap B)(3,5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3};$$

$$P(A \cup \bar{B})(A = 2,4,6) \bar{B} = 1,4,6; P(A \cup \bar{B})(1,2,4,6) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

11. Ejercicio

Sean los sucesos A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio.

$$P(A) = 0,5; P(\bar{B}) = 0,6; P(A \cap \bar{B}) = 0,3$$

Hallar:

$$a) P(A \cap B); b) P(A \cup B); c) P(\bar{A} \cap B); d) P(\bar{A} \cup \bar{B}); e) P(A \cup \bar{B}); f) P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

Solución

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5; P(B) = 1 - 0,6 = 0,4;$$

$$a) P(A \cap B) = 0,5 * 0,4 = 0,2$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,4 - (0,5 * 0,4) = 0,9 - 0,2 = 0,7$$

$$c) P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B); P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,4 - 0,2 = 0,2$$

$$P(\bar{A} \cap B) = 0,5 * 0,4 = 0,2$$

$$d) P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,5 + 0,6 - (0,5 * 0,6) = 1,1 - 0,3 = 0,8$$

$$e) P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) = 0,5 + 0,6 - (0,5 * 0,6) = 0,8$$

$$f) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,5 * 0,6 = 0,3$$

12. Ejercicio

Sean los sucesos A, B y C asociados a un experimento aleatorio. Sabiendo que B y C son incompatibles $P(A) = 0,4; P(B) = 0,2; P(C) = 0,3$ $P(A \cap B) = P(A \cap C) = 0,1$

Hallar:

- a) $P(A \cup B \cup C)$; b) $P(A \cap B \cap C)$; c) $P(A \cup C)$; d) $P(A \cup B)$; e) $P(\bar{B} \cap C)$; f) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$;
g) $P(\bar{C})$; h) $P(C - A)$; i) $P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C})$

Solución

$$a) P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = 0,4 + 0,2 + 0,3 - 0,1 - 0,1 - 0 + 0 = 0,79$$

$$b) P(A \cap B \cap C) = 0;$$

$$c) P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = 0,4 + 0,3 - 0,1 = 0,6$$

$$d) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,2 - 0,1 = 0,5$$

$$e) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B); P(\bar{B} \cap C) = P(C) - P(B \cap C) = 0,3 - (0,2 * 0,3) = 0,3 - 0,06 = 0,24$$

$$P(\bar{B} \cap C) = P(\bar{B}) * P(C) = 0,8 * 0,3 = 0,24$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$f) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$g) P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$h) P(A - B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(C - A) = P(C) - P(C \cap A) = 0,3 - 0,1 = 0,2$$

$$i) P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) * P(B) * P(\bar{C}) = (1 - 0,4)(0,2)(1 - 0,3) = 0,6 * 0,2 * 0,7 = 0,084$$

13. Ejercicio

La probabilidad de que un estudiante apruebe matemáticas es 0,7 y la de aprobar Lengua es 0,8. La probabilidad de que apruebe lengua y no apruebe mates es 0,2.

Calcular la probabilidad de:

- a) Apruebe las dos asignaturas
b) Apruebe matemáticas pero no lengua
b) apruebe al menos una de las dos
c) No apruebe ninguna de las dos

Solución:

Aprobar Matemáticas=evento A; Aprobar lengua=evento B

$$P(A) = 0,7; P(\bar{A}) \text{ No aprobar mate} = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(B) = 0,8; P(\bar{B}) \text{ No aprobar lengua} = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$a) \text{ Apruebe las dos asignaturas} = P(A \cap B) = 0,7 * 0,8 = 0,56$$

$$b) \text{ Apruebe matemáticas pero no apruebe lengua}$$

$$P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) = 0,7 + 0,2 - (0,7 * 0,2) = 0,9 - 0,14 = 0,76$$

$$c) \text{ Apruebe al menos una de las dos es la union de los dos sucesos}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,8 - (0,7 * 0,8) = 1,5 - 0,56 = 0,94$$

$$c) \text{ No apruebe ninguna de las dos}$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,94 = 0,06;$$

14. Ejercicio

Sean los sucesos A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio.

$$P(A) = 0,4; P(\bar{A} \cap B) = 0,4; \text{ y } P(A \cap B) = 0,1$$

Hallar $P(A \cup B)$ y $P(B)$

Solución

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B);$$

$$\text{Hallamos } P(B) = P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = 0,4 + 0,1 = 0,5; P(B) = 0,5;$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,1 = 0,8$$

15. Ejercicio

Sean los sucesos A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio.

$$P(\bar{B}) = 0,7; P(A \cap \bar{B}) = 0,5; \text{ y } P(A \cap B) = 0,2$$

Hallar $P(A \cup B)$ y $P(A)$

Solución

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B); P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$\text{Hallamos } P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = 0,5 + 0,2 = 0,7; P(A) = 0,7;$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,3 - 0,2 = 0,8$$

3 Asignación de probabilidades

Probabilidad en un espacio de muestra finito

En un espacio finito la probabilidad del evento es igual a la suma de las probabilidades de todos los sucesos elementales del experimento.

16. Ejercicio

Sea el experimento lanzar un dado trucado de 6 caras donde:

$$P(1) = P(2) = P(4) = P(5) = P(6) = 0,12;$$

Hallar la probabilidad de que salga un 3; de que salga un numero impar

Solución:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1; 0,12 + 0,12 + P(3) + 0,12 + 0,12 + 0,12 = 1;$$

$$P(3) = 1 - 0,6 = 0,4;$$

$$\text{Numero impar: } P(1) + P(3) + P(5) = 0,12 + 0,4 + 0,12 = 0,64$$

17. Ejercicio

Sea el experimento lanzar una moneda trucada en la que la probabilidad de sacar cara sea doble de sacar cruz .

Hallar: Probabilidad de que al lanzarla salga cara. b) Probabilidad de que salga cruz

Solución

Probabilidad de sacar cruz = x; probabilidad de sacar cara 2x,

$$\text{Como ha de cumplirse } x + 2x = 1; 3x = 1; x = \frac{1}{3};$$

$$\text{a) } P(\text{sacar cara}) = \frac{2}{3}; \text{ b) } P(\text{sacar cru}) = \frac{1}{3}$$

Probabilidad en un espacio de muestra finito equiprobable

Un espacio finito equiprobable es aquel en que todos los resultados posibles tienen la misma posibilidad

Regla de la Place: se utiliza para calcular la probabilidad de sucesos donde el espacio muestral es finito y equiprobable

$$P(A) = \frac{\text{Numero de casos favorables}}{\text{Numero de casos posibles}}$$

18. Ejercicio

Si en una bolsa tenemos 5 bolas de diferentes colores (verde, rojo, azul, blanco y amarillo)

Hallar la probabilidad de: a) Sacar una bola verde; b) Sacar una bola de cualquier color;

c) sacar una bola negra;

Solución

$$a) P(\text{Sacar una bola verde}) = \frac{1}{5}$$

$$b) P(\text{Sacar una bola de cualquier color}) = \frac{5}{5} = 1 \text{ suceso seguro}$$

$$c) P(\text{Sacar una bola negra}) = \frac{0}{5} = 0; \text{ suceso imposible}$$

19. Ejercicio

Si en una bolsa tenemos 3 bolas verde, 1 roja y 2 azules

Hallar la probabilidad de: a) Sacar una bola verde; b) Sacar una bola roja; c) sacar una bola azul

Solución

$$a) P(\text{Sacar una bola verde}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$b) P(\text{Sacar una bola roja}) = \frac{1}{6}$$

$$c) P(\text{Sacar una bola azul}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

20. Ejercicio

Si en una bolsa tenemos 3 bolas rojas, 2 blancas y 4 verdes

Hallar la probabilidad de: a) Sacar una bola roja; b) Sacar una bola que no sea verde

c) sacar una bola blanca o verde

Solución

$$a) P(\text{Sacar una bola roja}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$b) P(\text{Sacar una bola que no sea verde}) = \frac{5}{9}$$

$$c) P(\text{sacar una bola blanca o verde}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

21. Ejercicio

Dos amigos A y B comen juntos en un restaurante y deciden jugarse la comida lanzando cada uno una moneda al aire. Si salen dos caras paga A si salen dos cruces sale B; en otro caso cada uno paga lo suyo.

Solución

$$a) P(\text{sacar dos caras}) = \frac{1}{4}$$

$$b) P(\text{sacar dos cruces}) = \frac{1}{4}$$

$$c) P(\text{sacar 1 cara y una cruz}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

A	B
C	C
C	X
X	C
X	X

22. Ejercicio

Al lanzar dos dados hallar:

- a) A=Probabilidad de que la suma de los puntos sea 7;
- b) B=Probabilidad de sacar el mismo número
- c) C= probabilidad de numero del primer dado sea mayor que el del segundo

Solución

$$P(A = \text{suma sea } 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(B = \text{sacar el mismo numero}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(C = 1^{\circ} \text{ numero mayor que el } 2^{\circ}) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

23. Ejercicio

Dos personas escriben en un papel una vocal.

Calcular la probabilidad de que ambas escriban la misma vocal.

Solución

$$P(A = \text{escribir la misma vocal}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

24. Ejercicio

El experimento aleatorio consiste en lanzar dos dados y anotar la suma de sus puntos.

Hallar la posibilidad de los siguientes sucesos:

- a) A=Obtener suma igual a 3;
- b) B= Obtener suma menor de 9
- c) C= Obtener suma menor o igual a 5

Solución

$$a) P(A = \text{obtener suma igual a } 3) = (11, 21);$$

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$b) P(B = \text{obtener suma menor que } 9) = (11, 12, 13, 14,$$

$$15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 41, 42, 43, 44,$$

$$51, 52, 53, 61, 62)$$

$$P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

$$c) P(A = \text{obtener suma sea menor o igual a } 5) = (11, 1, 2, 13, 14, 21, 22, 23, 31, 32, 41);$$

$$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

25. Ejercicio

En una baraja hemos retirado varias cartas. Entre las que quedan se dan las siguientes probabilidades de ser extraídas:

$$P(\text{rey}) = 0,15; P(\text{sacar bastos}) = 0,3; P(\text{no sacar ni bastos ni rey}) = 0,6;$$

r suma igual a 3;

a) ¿Entre las cartas que quedan está el rey de bastos. Si es así, probabilidad de que salga?

b) ¿Cuántas cartas hay?

Solución

a) ¿Entre las cartas que quedan está el rey de bastos. Si es así, probabilidad de que salga?

$$P(\text{no sacar bastos ni rey}) = 0,6 \Rightarrow \overline{P(\text{no sacar ni bastos ni rey})} = 1 - 0,6 = 0,4;$$

$$P(\text{sacar bastos y rey}) = 0,4; P(\text{bastos}) \cup P(\text{rey}) = 0,4;$$

$$P(\text{bastos}) \cup P(\text{rey}) = P(\text{bastos}) + P(\text{rey}) - P(\text{Bastos}) \cap P(\text{rey}) \Rightarrow$$

$$0,4 = 0,3 + 0,15 - P(\text{Bastos}) \cap P(\text{rey}); P(\text{Rey de bastos}) = -0,4 + 0,3 + 0,15 = 0,05$$

$$P(\text{Rey de bastos}) = 0,05; \text{Si está el rey de bastos entre las cartas.}$$

b) ¿Cuántas cartas hay?

$$P(\text{Rey de bastos}) = 0,05; P(\text{Rey de bastos}) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \Rightarrow \text{hay 20 cartas}$$

4 Métodos de recuento

Cuando los datos del experimento son muy grandes es difícil escribirlos todos, es por eso que se utilizan estos métodos de cálculo.

Regla de la multiplicación

La regla de la multiplicación es un proceso que se utiliza cuando se quiere calcular la probabilidad de que 2 o más sucesos independientes pasen al mismo tiempo.

$$P(A) = P(a) * P(b) * P(c) \dots \dots * P(n);$$

26. Ejercicio

Hallar la probabilidad de que al lanzar una moneda 4 veces todas las veces salgan cara:

Solución

$$P(A) = P(1 \text{ sea cara}) * P(2 \text{ sea cara}) * P(3 \text{ sea cara}) * P(4 \text{ sea cara});$$

$$P(A) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

27. Ejercicio

La probabilidad de que al elegir un alumno al azar, en una clase, hable Francés es del 15% y la probabilidad de que juegue al fútbol del 80%. Hallar la probabilidad de que al elegir un alumno hable francés y juegue al fútbol.

Solución

Se trata de eventos independientes

$$P(\text{hable francés y juegue fútbol}) = 0,15 * 0,8 = 0,12; \text{la probabilidad es del 12\%}$$

28. Ejercicio

Se lanzan 4 monedas y se observan los resultados. Hallar la probabilidad de obtener:

- a) A=Tres caras, b) B=cuatro caras, c) C=al menos dos caras d) D=Al menos una cruz:

Solución

$$a) P(A = \text{tres casa}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$b) P(B = \text{cuatro casa}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{16}$$

$$c) P(C = \text{al menos dos caras}) = \frac{11}{16}$$

$$d) P(D = \text{al menos una cruz}) = \frac{15}{16}$$

1º	2º	3º	4º
C	C	C	C
C	C	C	X
C	C	X	C
C	C	X	X
C	X	C	C
C	X	C	X
C	X	X	C
C	X	X	X
X	X	X	X
X	X	X	C
X	X	C	X
X	X	C	C
X	C	X	X
X	C	X	C
X	C	C	X
X	C	C	C

4.1 Combinaciones

Para distinguir entre permutaciones, variaciones, variaciones con repetición y combinaciones hay que responder las siguientes preguntas

¿Influye el orden?	No	Combinaciones $Cn, m = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$		
	SI	¿Intervienen todos los elementos?	SI	Permutaciones $Pn = n!$
			No	¿Se pueden repetir los elementos?
			SI	Variaciones con repetición $VRn, m = n^m$
			No	Variaciones $Vn, m = \frac{n!}{(n-m)!}$

Cn, m Combinaciones de nelementos tomados de m en m. $Cn, m = \frac{n!}{m! * (n - m)!}$

Combinaciones no afecta el orden. Dos combinaciones son distintas si tienen al menos un elemento distinto.

$$\text{Combinaciones} = \frac{\text{Variaciones}}{\text{Permutaciones}}; Cn, m = \frac{Vn, m}{Pm}$$

29. Ejercicio

Determinar cuántas y cuáles son las distintas combinaciones de letras que podemos formar con las 3 letras de la palabra DIA formando grupos de 2, sabiendo que no pueden repetirse las letras

Solución

Inporta el orden: No

DI, DA, IA

$$Cn, m = \frac{n!}{m! * (n - m)!}; Cn, m = \frac{3!}{2! * (3 - 2)!} = \frac{3 * 2 * 1}{2 * 1 * 1} = \frac{6}{2} = 3$$

30. Ejercicio

Cuántas columnas de la primitiva tendría que rellenar para conseguir el premio. Sabiendo que de 49 números que componen cada columna he de marcar seis.

Solución

Importa el orden: No

$$C_{n,m} = \frac{n!}{m! * (n-m)!}; C_{49,6} = \frac{49!}{6! * (49-6)!} = \frac{49!}{6! * 43!} = \frac{49 * 48 * 47 * 46 * 45 * 44}{6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1}$$
$$C_{49,6} = \frac{10068347520}{720} = 1.398.3816$$

31. Ejercicio

En un partido de fútbol sala se han presentado 8 futbolistas como solo pueden estar cinco jugadores al mismo tiempo en el campo, de cuantas formas distintas podrán formar el equipo.

Solución

$$C_{n,m} = \frac{n!}{m! * (n-m)!}; C_{8,5} = \frac{8!}{5! * (8-5)!} = \frac{8!}{5! * 3!} = \frac{8 * 7 * 6}{3 * 2 * 1} = 56;$$

4.2 Permutaciones

Permutaciones:

Son grupos formados por todos los elementos. Si influye el orden y si intervienen todos los elementos

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2) \dots (n-n)$$

$$P_5 = 5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1$$

32. Ejercicio

Determinar cuántas y cuáles son las distintas combinaciones de números que podemos formar con los números 123.

Solución

Intervienen todos los elementos, importa el orden, no se repiten elementos

$$P_3 = 3! = 3 * 2 * 1 = 6$$

123, 132, 213, 231, 312, 321

Permutaciones con repetición:

Si tenemos n elementos donde 1 se repite a veces otro b veces y otro c veces etc tendremos

$$n = a + b + c + d + \dots$$

Los grupos que se pueden formar los n elementos

Si entran todos los elementos

Si importa el orden

Si se repiten los elementos

$$PR_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a! * b! * c!}$$

33. Ejercicio

Con las cifras 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4; ¿Cuántos números de nueve cifras se pueden formar?

Solución

$$PR_9^{3,4,2} = \frac{9!}{3! * 4! * 2!} = \frac{9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1}{3 * 2 * 1 * 4 * 3 * 2 * 1 * 2 * 1} = \frac{15120}{12} = 1260$$

4.3 Variaciones

Variaciones sin repetición:

Variaciones sin repetición de n elementos tomados de k en k se define como las distintas agrupaciones formadas por k elementos distintos elegidos entre los n elementos que tenemos. Consideramos una variación distinta de otra tanto si difieren en algún elemento como si están situados en distinto orden.

$$V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ejemplo: Variaciones de 2 elementos que podemos formar con las letras a, b, c

ab, ba, ac, ca, bc, cb *son distintas si cambia el orden y los elementos*

$$V_{n,k} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 6$$

Variaciones con repetición:

Variaciones con repetición de n elementos tomados de k en k se define como las distintas agrupaciones formadas por k elementos distintos o no elegidos entre los n elementos que tenemos. Consideramos una variación distinta de otra tanto si difieren en algún elemento como si están situados en distinto orden.

$$VR_{n,k} = n^k$$

Ejemplo: Variaciones con repetición de 2 elementos que podemos formar con las letras a, b, c

aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc *Importa el orden y se repiten elementos*

$$VR_{n,k} = 3^2 = 9$$

34. Ejercicio

Resuelve las siguientes ecuaciones a) $VR_{x,3} - V_{x,2} = 2V_{x,3} + 4$; b) $\frac{V_{x,2}}{VR_{x,2}} + \frac{V_{x,x-1}}{x!} = \frac{3}{2}$

Solución

$$a) VR_{x,3} - V_{x,2} = 2V_{x,3} + 4; x^3 - \frac{x!}{(x-2)!} = 2 \frac{x!}{(x-3)!} + 4;$$

$$x^3 - \frac{x(x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-x)}{(x-2)(x-3)(x-4) \dots (x-x)} = 2 \frac{x(x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-x)}{(x-3)(x-4) \dots (x-x)} + 4$$

$$x^3 - x(x-1) = 2(x(x-1)(x-2) + 4; x^3 - x^2 + x = 2x(x^2 - 3x + 2) + 4;$$

$$x^3 - x^2 + x = 2x^3 - 6x^2 + 4x + 4; 0 = x^3 - 5x^2 + 3x + 4; \text{aplicamos ruffini}$$

$$(x-4)(x^2 - x - 1) = 0; \text{ el valor natural es } x = 4 \text{ las otras raices son decimales.}$$

$$b) \frac{V_{x,2}}{VR_{x,2}} + \frac{V_{x,x-1}}{x!} = \frac{3}{2}; \frac{\frac{x!}{(x-2)!}}{x^2} + \frac{\frac{x!}{(x-(x-1))!}}{x!} = \frac{3}{2}; \frac{x!}{x^2(x-2)!} + \frac{x!}{x!} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x(x-1)(x-2) \dots (x-x)}{x^2(x-2)(x-3) \dots (x-x)} + 1 = \frac{3}{2}; \frac{x-1}{x} = \frac{1}{2}; 2x-2 = x; x = 2;$$

35. Ejercicio

Se lanzan simultáneamente una moneda y un dado .Calcula la probabilidad de:

a) obtener par en el dado; b) Obtener cruz en la moneda; c) Obtener cara y un numero impar

Solución

a) obtener par en el dado;

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de Resultados favorables}}{n^{\circ} \text{ de resultados posibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) obtener cruz en la moneda

$$P(B) = \frac{n^{\circ} \text{ de Resultados favorables}}{n^{\circ} \text{ de resultados posibles}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

c) obtener cara y numero impar

Son casos independientes $P(C) = P(A \text{ obtener cara}) * P(B \text{ obtener numero impar})$

$$P(C) = P(A) \frac{1}{2} * P(B) \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

36. Ejercicio

a) Cuantas palabras de 3 letras distintas se pueden formar con las 5 vocales b) Calcula la probabilidad de: que la palabra acabe en u c) Calcular la probabilidad de que la palabra empiece por a y termine por u;

Solución

$$V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ los grupos son distintas si cambia el orden y los elementos}$$

$$V_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 * 4 * 3 = 60 \text{ formas distintas}$$

b) Calcula la probabilidad de que la palabra acabe en u

si termina en u solo hay 4 vocales que pueden usarse para formar palabra y solo tenemos dos posiciones disponibles xxu

$$V_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = 4 * 3 = 12 \text{ formas distintas}$$

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de Resultados favorables}}{n^{\circ} \text{ de resultados posibles}} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

c) Calcula la probabilidad de que la palabra empieza por a y termine en u

si empieza por a y termina en u solo hay 3 vocales que pueden usarse para formar palabra y solo tenemos una posicion disponibles axu

$$V_{3,1} = \frac{3!}{(3-1)!} = 3;$$

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de Resultados favorables}}{n^{\circ} \text{ de resultados posibles}} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

37. Ejercicio

Con las cifras 2,3,4,5, 6,7 y 8 se forman numeros de 4 cifras distintas. Calcula la probabilidad de que el numero sea par y mayor de 5000

Solución :

Resultados posibles:

$$V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ los grupos son distintas si cambia el orden y los elementos}$$

$$\text{Resultados posibles: } V_{7,4} = \frac{7!}{(7-4)!} = 7 * 6 * 5 * 4 = 840$$

Resultados favorables numero XYZU

Si el numero es par ha de terminar 2,4,6,8; $U = \{2,4,6,8\}$

y si es mayor de 5000 ha de empezar por numeros > 4 ; $X = \{5,6,7,8\}$

Si termina por 2,4; $V_{2,1} = \frac{2!}{(2-1)!} = 2$; para empezar tendremos $X = \{5,6,7,8\}$;

$$V_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)!} = 4; \text{ para el numero } YZ; V_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = 5 * 4 = 20$$

$$P(A \text{ termina en } 2,4) = 2 * 4 * 20 = 160$$

Si termina por 6,8; $V_{2,1} = \frac{2!}{(2-1)!} = 2$; para empezar tendremos $X =$ tres números $\{5,7 \text{ y } 6 \text{ u } 8\}$;

$$V_{3,1} = \frac{3!}{(3-1)!} = 3; \text{ para el numero } YZ; V_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = 5 * 4 = 20$$

$$P(B \text{ termina en } 6,8) = 2 * 3 * 20 = 120; \quad P(\text{casos favorables}) = 160 + 120 = 280$$

$$P(A) = \frac{n^\circ \text{ de Resultados favorables}}{n^\circ \text{ de resultados posibles}} = \frac{280}{840} = \frac{1}{3}$$

38. Ejercicio

Con las cifras 0,1,2,3,4 y 5 se forman numeros de 3 cifras . Calcula la probabilidad de que el numero sea Par.

Solución :

Resultados posibles:

$$V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ los grupos son distintas si cambia el orden y los elementos}$$

$$V_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 * 5 * 4 = 120. \text{ Descartamos los números que empiecen por 0, que serán } \frac{1}{6} \text{ del total}$$

$$\text{Numeros posibles} = 120 - \frac{1}{6} 120 = 120 - 20 = 100;$$

Resultados favorables numero XYZ

Para que sean par el numero XYZ terminará en 0,2,4

Si termina en 0 el numero será XY0 y utilizaremos los numeros $\{1,2,3,4,5\}$

$$V_{5,3} = \frac{5!}{(5-2)!} = 5 * 4 = 20;$$

Si termina en 2 el numero será XY2 y X será un numero distinto de 0 puede ser $\{1,3,4,5\}$

$$V_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)!} = 4; Y \text{ puede ser cualquiera de los 4 numeros restante } V_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)!} = 4$$

Si termina en 2 casos avorables $4 * 4 = 16$;

Si termina en 4 el numero será XY4 y X será un numero distinto de 0 puede ser $\{1,2,3,5\}$

$$V_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)!} = 4; Y \text{ puede ser cualquiera de los 4 numeros restante } V_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)!} = 4$$

Si termina en 4 casos avorables $4 * 4 = 16$;

$$P(A) = \frac{n^\circ \text{ de Resultados favorables}}{n^\circ \text{ de resultados posibles}} = \frac{20 + 16 + 16}{100} = \frac{52}{100}$$

39. Ejercicio

Con las cifras 1,2,3,4,5 y 6 se forman numeros de 4 cifras. Calcula la probabilidad de que el numero sea múltiplo de 5 Si:

- a) el numero tiene las cifras distintas
- b) El numero puede tener cifras repetidas
- c) el numero es menor de 3000 y puede tener cifras repetidas
- d) el numero es mayor de 2000 y menor de 5000 y puede tener las cifras repetidas.

Solución

$V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$ los grupos son distintas si cambia el orden y los elementos

$$V_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)!} = 6 * 5 * 4 * 3 = 360 \text{ formas distintas}$$

- a) el numero tiene las cifras distintas

si es multiplo de 5 termina en 5 solo hay 5 numeros 1,2,3,4,6 para formar el numero XYZ5

$$V_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 * 4 * 3 = 60;$$

$$P(A) = \frac{\text{nº de Resultados favorables}}{\text{nº de resultados posibles}} = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

- b) El numero puede tener cifras repetidas

$$VR_{6,4} = 6^4 = 1296$$

Si es multiplo de 5 terminará en 5;

Numero de cifras que terminen en 5; U = 5

al haber cifras repetidas hay 6 numeros 1,2,3,4,5,6 para formar el numero XYZU; U=5

$$VR_{6,3} = 6^3 = 216$$

$$P(A) = \frac{\text{nº de Resultados favorables}}{\text{nº de resultados posibles}} = \frac{216}{1296} = \frac{1}{6};$$

- c) el numero es menor de 3000 y puede tener cifras repetidas

Si es multiplo de 5 terminará en 5 al haber cifras repetidas hay 6 numeros 1,2,3,4,5,6 para formar el numero XYZ5 pero como ha de ser menor de 3000 $\Rightarrow X < 3$

para el X(1,2) dos cifras para una posición ; $VR_{2,1} = 2^1 = 2$

Para Z=5 ocupada

para el YZ ; $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

para el numercompleto $VR_{2,1} * VR_{6,2} = 2 * 36 = 72;$

$$P(A) = \frac{\text{nº de Resultados favorables}}{\text{nº de resultados posibles}} = \frac{72}{1296} = \frac{1}{18}$$

- d) el numero es mayor de 2000 y menor de 5000 y puede tener las cifras repetidas

Si es mayor de 2000 y menor de 5000 $\Rightarrow 2 < X < 5$; X podria ser 3 o 4

para el X(2,3,4); $VR_{3,1} = 3^1 = 3$

Para Z=5

para el YZ ; $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

para el numer completo $VR_{3,1} * VR_{6,2} = 3 * 36 = 108;$

$$P(A) = \frac{\text{nº de Resultados favorables}}{\text{nº de resultados posibles}} = \frac{108}{1296} = \frac{1}{12}$$

40. Ejercicio

En una estanteria se van a ordenar 3 libros de fisica, 2 de filosofia y 2 de matematicas . Si los libros son identicos

Calcula la probabilidad de que:

- a) Queden juntos los tres de fisica
- b) Queden juntos los dos de matematicas

Solución

- a) Queden juntos los tres de fisica

Casos posibles

No hay repeticionun libro solo puede ocupar una posición $P_7 = 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 5040$

Resultados favorables:

Los tres de fisica pueden ocupar distintas posiciones $P_{3(FFF)} = 3 * 2 * 1 = 6$

Los tres de ficisca pueden ocupar distintas posiciones FFFXYZU respecto a los otros:

$$P_5(\text{FFFXYZU}) = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$$

$$\text{Resultados posibles } P_7 = P_{3(FFF)} * P_5(\text{FFFXYZU}) = 6 * 120 = 720$$

$$P(A) = \frac{\text{nº de Resultados favorables}}{\text{nº de resultados posibles}} = \frac{720}{5040} = \frac{1}{7}$$

- b) Queden juntos los dos de matematicas

Resultados favorables:

Los dos de Matematicas pueden ocupar distintas posiciones entre si $P_{2(MM)} = 2 * 1 = 2$

Los dos de matematicas pueden ocupar distintas posiciones MMXYZUV respecto a los otros:

$$P_6(\text{MMXYZUV}) = 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 720$$

$$\text{Resultados posibles } P_7 = P_{2(MM)} * P_6(\text{MMXYZUV}) = 2 * 720 = 1440$$

$$P(A) = \frac{\text{nº de Resultados favorables}}{\text{nº de resultados posibles}} = \frac{1440}{5040} = \frac{2}{7}$$

41. Ejercicio

Con las letras de CASCARRABIAS.

- a) ¿ Cuantas palabras con y sin sentido se pueden formar?
- b) ¿ Cuantas empezaran por CAS?

Solución

- a) ¿ Cuantas palabras con y sin sentido se pueden formar?

$$PR_{12}^{2,4,2,2} = \frac{12!}{2! * 4! * 2! * 2!} = \frac{479001600}{192} = 2494800$$

- b) ¿ Cuantas empezaran por CAS?

CASCARRABIAS pueden variar las 9 restantes :

$$PR_9^{3,2} = \frac{9!}{3! * 2!} = \frac{362880}{12} = 30240$$

42. Ejercicio

Con las cifras 1,2,3,4 y 5 se forman al azar numeros de 2 cifras . Calcular la probabilidad de que si el numero formado sea par si:

- a) Cada numero ha de ser diferente, no hay cifras repetidas
- b) En cada numero puede haber cifras repetidas

Solución

- a) Cada numero ha de ser diferente, no hay cifras repetidas

$$\text{Número de resultados posibles } V_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 5 * 4 = 20$$

Número de casos favorables:

Si el numero ha de ser par XM y M es el 2 o el 4 ;

$$\text{M es igual } V_{2,1} = \frac{2!}{(2-1)!} = 2$$

$$\text{X es igual } V_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)!} = 4$$

Casos favorables = $2 * 4 = 8$;

$$P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

- b) En cada numero puede haber cifras repetidas

$$\text{Número de resultados posibles } VR_{4,1} = 5^2 = 25$$

Número de casos favorables:

Si el numero XM ha de ser par M sera = 2 ó 4; $VR_{2,1} = 2^1 = 2$

X lo formaran al poder haber repetición cualquiera de los 5 numeros

$$VR_{5,1} = 5^1 = 5$$

Casos favorables = $2 * 5 = 10$;

$$P(A) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

X	M
1	1
1	2
1	3
1	4
1	5
2	1
2	2
2	3
2	4
2	5
3	1
3	2
3	3
3	4
3	5
4	1
4	2
4	3
4	4
4	5
5	1
5	2
5	3
5	4
5	5

43. Ejercicio

Calculemos la probabilidad de que al disponer al azar las letras A, A, A, N, N, resulte la palabra ANANA,

Solución

Son permutaciones entran todos los elementos, se repiten elementos y se diferencian en el orden.

Son permutaciones con repetición. Las palabras distintas que podemos formar son:

$$PR_5^{3,2} = \frac{5!}{3! * 2!} = 10; \text{ Solo habrá una palabra ANANA } \Rightarrow P(\text{ANANA}) = \frac{1}{10}$$

44. Ejercicio

Calculemos la probabilidad de que al disponer al azar las letras AORM, resulte la palabra AMOR,

Solución

Son permutaciones entran todos los elementos, se repiten elementos y se diferencian en el orden.

Son permutaciones sin repetición. Las palabras distintas que podemos formar son:

$$P_4 = 4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24; \text{ Solo habrá una palabra AMOR } \Rightarrow P(\text{AMOR}) = \frac{1}{24}$$

45. Ejercicio

En una lotería con 100 números se sortean dos premios, un teléfono y una tablet; si compro 8 boletos 1° saco el premio del teléfono y luego el de la tablet. Calculemos la probabilidad de que gane:

- a) Solo uno de los dos premios
- b) gane los dos premios
- b) gane al menos uno de los premios

Solución:

- a) Solo uno de los dos premios

$$P(\text{telefono}) = \frac{8}{100} = \frac{2}{25};$$

$$P(\text{gane la tablet}) = \frac{8}{99}$$

- b) Gane los dos premios

$$P(\text{gane los dos premios}) = \frac{8}{100} * \frac{8}{99} = \frac{64}{9900}$$

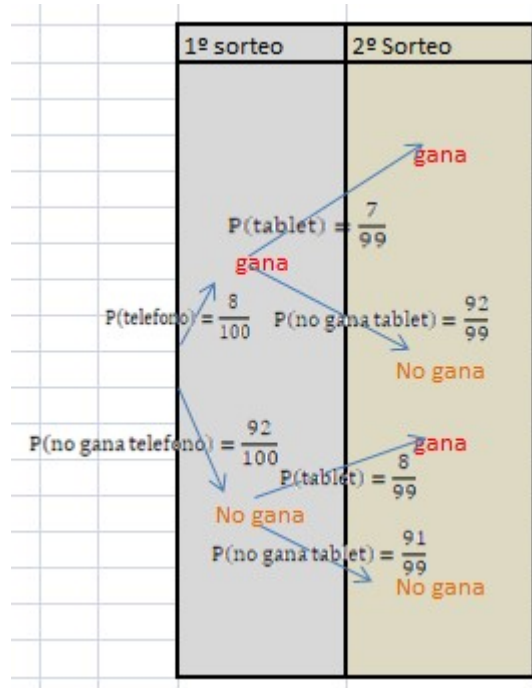
- c) Por lo menos uno de los dos premios

Es el inverso de que no gane ningún premio

$$P(\text{no gane ningún premio}) = \frac{92}{100} * \frac{91}{99} = \frac{8372}{9900}$$

$$P(\text{gane al menos uno de los premio}) = 1 - P(\text{no gane ningún premio}) = 1 - \frac{8372}{9900}$$

$$= \frac{9900}{9900} - \frac{8372}{9900} = \frac{1528}{9900}; P(\text{gane al menos uno de los premio}) = \frac{1528}{9900}$$



4.4 Cálculo de la probabilidad binomial

Se utiliza la distribución binomial para obtener las probabilidades de aquellas situaciones cuyos posibles resultados, sean únicamente dos resultados

Dicho proceso, consiste en realizar un experimento aleatorio una sola vez y observar si cierto suceso ocurre o no, siendo p la probabilidad de que ocurra (éxito) y $q=1-p$ de que no ocurra (fracaso), por lo que la variable sólo puede tomar dos posibles valores, el 1 si ocurre y el 0 si no sucede.

Algunos ejemplos típicos de la distribución binomial son:

Al nacer puede ser niño o niña.

Un equipo de baloncesto puede ganar o perder.

En un test psicotécnico hay preguntas de verdadero o falso.

Un tratamiento médico, como la vacuna de la gripe, puede ser efectivo o inefectivo

$$P(X = k) = \binom{n}{k} * (p)^k * (q)^{n-k}$$

46. Ejercicio

Considera las familias con 5 hijos. Suponiendo que la probabilidad de tener hijo o hija es la misma. Calcular la probabilidad de que la familia elegida al azar tenga:

a) al menos un niño

b) exactamente tres niñas

Solución:

a) al menos un niño $\Rightarrow$ que pueden tener 1,2,3,4,5 niños

$$P(\text{tener un niño al nacer}) = \frac{1}{2} ; P(\text{tener una niña al nacer}) = \frac{1}{2}$$

$$P(1 \text{ niño}) = \binom{5}{1} * \left(\frac{1}{2}\right)^1 * \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \binom{5}{1} * \frac{1}{2} * \frac{1}{16} = 5 * \frac{1}{32} = \frac{5}{32}$$

$$P(2 \text{ niños}) = \binom{5}{2} * \left(\frac{1}{2}\right)^2 * \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \binom{5}{2} * \left(\frac{1}{2}\right)^2 * \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \binom{5}{2} * \frac{1}{4} * \frac{1}{8} = 10 * \frac{1}{32} = \frac{10}{32}$$

$$P(3 \text{ niños}) = \binom{5}{3} * \left(\frac{1}{2}\right)^3 * \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \binom{5}{3} * \left(\frac{1}{2}\right)^3 * \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \binom{5}{3} * \frac{1}{8} * \frac{1}{4} = 10 * \frac{1}{32} = \frac{10}{32}$$

$$P(4 \text{ niños}) = \binom{5}{4} * \left(\frac{1}{2}\right)^4 * \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \binom{5}{4} * \left(\frac{1}{2}\right)^4 * \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \binom{5}{4} * \frac{1}{16} * \frac{1}{2} = 5 * \frac{1}{32} = \frac{5}{32}$$

$$P(5 \text{ niños}) = \binom{5}{5} * \left(\frac{1}{2}\right)^5 * \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \binom{5}{5} * \left(\frac{1}{2}\right)^5 * \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \binom{5}{5} * \frac{1}{32} * \frac{1}{1} = 1 * \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

$$P(\text{tener al menos un niño}) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32};$$

b) exactamente tres niñas

$$P(3 \text{ niñas}) = \binom{5}{3} * \left(\frac{1}{2}\right)^3 * \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \binom{5}{3} * \left(\frac{1}{2}\right)^3 * \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \binom{5}{3} * \frac{1}{4} * \frac{1}{8} = 10 * \frac{1}{32} = \frac{10}{32}$$

47. Ejercicio

Un examen consta de 10 preguntas del tipo verdadero/falso. Se aprueba con 8 o más preguntas acertadas. Si se responden al azar las cuestiones, ¿qué probabilidad hay de aprobar?

$$P(\text{acertar 8}) = \binom{10}{8} * \left(\frac{1}{2}\right)^8 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10-8} = \binom{10}{8} * \frac{1}{256} * \frac{1}{4} = 45 * \frac{1}{1024} = \frac{45}{1024}$$

$$P(\text{acertar 9}) = \binom{10}{9} * \left(\frac{1}{2}\right)^9 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10-9} = \binom{10}{9} * \left(\frac{1}{2}\right)^9 * \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \binom{10}{9} * \frac{1}{512} * \frac{1}{2} = 10 * \frac{1}{1024} = \frac{10}{1024}$$

$$P(\text{acertar 10}) = \binom{10}{10} * \left(\frac{1}{2}\right)^{10} * \left(\frac{1}{2}\right)^{10-10} = \binom{10}{10} * \left(\frac{1}{2}\right)^{10} * \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \binom{10}{10} * \frac{1}{1024} * \frac{1}{1} = \frac{1}{1024}$$

$$P(\text{aprobar}) = \frac{45}{1024} + \frac{10}{1024} + \frac{1}{1024} = \frac{56}{1024} = 0,0546875$$

48. Ejercicio

Se lanza un dado dos veces y consideramos los sucesos A="obtener al menos un 6". Y B=" la diferencia de puntuación es 1. Calcular la probabilidad de AUB.

Solución

$$\text{Suceso } A = [16, 26, 36, 46, 56, 66, 61, 62, 63, 4, 65, 66]$$

$$P(A) = \frac{11}{36}$$

$$\text{Suceso } B = [12, 23, 34, 45, 56, 21, 32, 43, 54, 65]$$

$$P(B) = \frac{10}{36};$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B);$$

$$P(A \cup B) = \frac{11}{36} + \frac{10}{36} - \frac{2}{36} = \frac{19}{36}$$

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

49. Ejercicio

Se lanza 10 veces una moneda equilibrada. Calcular la probabilidad de obtener:

- Dos cara y 8 cruces
- Como mucho dos caras
- Un número par de caras.

Solución

$$P(\text{Obtener una cara}) = \frac{1}{2} = P(\text{Obtener una cruz}) = \frac{1}{2}$$

a) Obtener dos cara y 8 cruces

$$P(\text{obtener 2 caras}) = \binom{10}{2} * \left(\frac{1}{2}\right)^2 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10-2} = \binom{10}{2} * \frac{1}{4} * \frac{1}{256} = 45 * \frac{1}{1024} = \frac{45}{1024}$$

b) Como mucho dos caras

Puedo obtener 1 o 2 caras

$$P(\text{obtener 1 caras}) = \binom{10}{1} * \left(\frac{1}{2}\right)^1 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10-1} = \binom{10}{1} * \frac{1}{2} * \frac{1}{512} = 10 * \frac{1}{1024} = \frac{10}{1024}$$

$$P(\text{obtener 2 caras}) = \binom{10}{2} * \left(\frac{1}{2}\right)^2 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10-2} = \binom{10}{2} * \frac{1}{4} * \frac{1}{256} = 45 * \frac{1}{1024} = \frac{45}{1024}$$

$$P(\text{obtener como mucho 2 caras}) = \frac{10}{1024} + \frac{45}{1024} = \frac{55}{1024}$$

a) Obtener un numero par de caras

Si lanzo 10 veces podre obtener 2,4,6,8,10 caras

$$P(\text{obtener un numero par de caras}) = \binom{10}{5} * \left(\frac{1}{2}\right)^5 * \left(\frac{1}{2}\right)^{10-5} = \binom{10}{5} * \frac{1}{32} * \frac{1}{32} = 252 * \frac{1}{1024} = \frac{252}{1024}$$

50. Ejercicio

En una clase hay 17 chicos y 15 chicas hay que elegir por sorteo 3 estudiantes. Calcular la probabilidad de que:

- Entre los tres estudiantes haya solo una chica
- Entre los estudiantes sean solo chicos o solo chicas.

Solución

a) Entre los tres estudiantes haya solo una chica

$$P(\text{una sola chica}) = \frac{17}{32} * \frac{16}{31} * \frac{15}{30} + \frac{17}{32} * \frac{15}{31} * \frac{16}{30} + \frac{15}{32} * \frac{17}{31} * \frac{16}{30}$$

$$P(\text{una sola chica}) = 3 * \frac{4080}{29760} = \frac{12240}{29760} = \frac{51}{124}$$

b) Entre los tres estudiantes sean solo chicas o solo chicos

$$P(\text{sean solo chicos}) = \frac{17}{32} * \frac{16}{31} * \frac{15}{30} = \frac{4080}{29760} = \frac{17}{124}$$

$$P(\text{sean solo chicas}) = \frac{15}{32} * \frac{14}{31} * \frac{13}{30} = \frac{2730}{29760} = \frac{91}{9920}$$

	primera eleccion	segunda eleccion	tercera eleccion	
Chico =X Chica =Y				
		X	15/30	X
		16/31		
	X		15/30	Y
	17/32		16/30	X
		15/31		
		Y	14/30	Y
		X	16/30	X
		17/31		
	Y		14/30	Y
	15/32		17/30	X
		Y	14/31	
			13/30	Y

51. Ejercicio

Una urna contiene 6 bolas blancas, 4 bolas verdes y 2 rojas. De la urna se extraen a la vez y al azar tres bolas. Calcular la probabilidad de que:

- a) Las tres bolas sean del mismo color
- b) Ninguna de las tres bolas sea blanca
- c) Las tres bolas sean de distinto color

Solución

- a) Las tres bolas sean del mismo color

Solo pueden ser blancas y verdes dado que rojas solo hay 2

$$P(3 \text{ blancas} = B) = \frac{6}{12} * \frac{5}{11} * \frac{4}{10} = \frac{120}{1320}$$

$$P(3 \text{ verdes} = V) = \frac{4}{12} * \frac{3}{11} * \frac{2}{10} = \frac{24}{1320}$$

$$P(3 \text{ sean del mismo color}) = \frac{120}{1320} + \frac{24}{1320} = \frac{144}{1320} = \frac{6}{55}$$

- b) Ninguna de las tres bolas sea blanca

$$P(1^{\text{a}} \text{ no sea blanca}) = \frac{6}{12}; P(2^{\text{a}} \text{ no sea blanca}) = \frac{5}{11}; P(3^{\text{a}} \text{ no sea blanca}) = \frac{4}{10}$$

$$P(\text{ninguna de las 3 sea blanca}) = \frac{6}{12} * \frac{5}{11} * \frac{4}{10} = \frac{120}{1320}$$

- c) Las tres bolas sean de distinto color

Para que las tres bolas sean de distinto color tendríamos las siguientes combinaciones

VBR, VRB, BVR, BRV, RBV, RVB

$$P(VBR) = \frac{4}{12} * \frac{6}{11} * \frac{2}{10} = \frac{48}{1320}$$

$$P(VRB) = \frac{4}{12} * \frac{2}{11} * \frac{6}{10} = \frac{48}{1320}$$

... ..

$$P(RVB) = \frac{2}{12} * \frac{4}{11} * \frac{6}{10} = \frac{48}{1320}$$

$$P(\text{las tres bolas sean de distinto color}) = 6 * \frac{48}{1320} = \frac{288}{1320} = \frac{12}{55}$$

5 Probabilidad condicionada

Probabilidad condicionada, es la posibilidad de que ocurra un suceso al que denominamos A, como consecuencia de que tenido lugar otro evento llamado B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; P(A \cap B) = P(A|B) * P(B) \text{ ó } P(A \cap B) = P(B|A) * P(A)$$

5.1 Sucesos incompatibles, independientes

Dos sucesos son incompatibles si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ y $P(A \cap B) = 0$

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

52. Ejercicio

Si A y B son dos sucesos de un mismo experimento con $P(A|B) = 0,35$; $P(B) = 0,6$; y $P(A \cup B) = 0,84$. Calcular $P(A \cap B)$; $P(A)$; $P(A|A \cup B)$

Solución

$P(A \cap B)$; sabemos que $P(A \cap B) = P(A|B) * P(B)$; $P(A \cap B) = 0,35 * 0,6 = 0,21$

$P(A)$; sabemos que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B)$;

$P(A) = 0,84 - 0,6 + 0,21 = 0,45$;

$P(A|A \cup B)$; sabemos que $P(A|A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)}$;

$P(A|A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0,45}{0,84} = 0,5357$

53. Ejercicio

En una clase de 35 estudiantes el 60% son chicas. De forma sucesiva y al azar se eligen delegado, subdelegado y suplentes.

Calcular la probabilidad de que: a) Los cuatro elegidos sean chicos, b) Las delegadas sean chicas y los subdelegados chicos

Solución;

El número de chicas que hay en la clase = $35 * 60\% = 21$; y el número de chicos 14;

a) Los cuatro elegidos sean chicos; $P(\text{los cuatro sean chicos}) = \frac{14}{35} * \frac{13}{34} * \frac{12}{33} * \frac{11}{32} = \frac{24024}{1256640} = \frac{13}{680}$

b) Las delegadas sean niñas y los delegados niños;

$P(\text{delegadas sean chicas y los subdelegados chicos}) = P(\text{delegados niñas}) * P(\text{subdelegados niños})$

$P(\text{delegados niñas}) = \frac{21}{35} * \frac{20}{34} = \frac{420}{1190}$

$P(\text{subdelegados niños}) = \frac{14}{33} * \frac{13}{32} = \frac{182}{1056}$;

$P(\text{delegadas sean chicas y los subdelegados chicos}) = \frac{420}{1190} * \frac{182}{1056} = \frac{76440}{1256640} = \frac{91}{1496}$

54. Ejercicio

Un sistema electrónico con 10 años de garantía, está formado por dos componentes A y B.

El sistema deja de funcionar por fallo en un componente o en los dos. A los 10 años el componente

A ha fallado en un 5% de los sistemas, el B en un 7% y un 2% han fallado los dos componentes.

Calcular la probabilidad de:

a) Que A falle sabiendo que ha fallado B; b) Que B falle sabiendo que ha fallado A

Solución;

a) Que A falle sabiendo que ha fallado B

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$; $P(A|B) = \frac{\frac{2}{100}}{\frac{7}{100}} = \frac{2}{7}$;

b) Que B falle sabiendo que ha fallado A

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$; $P(B|A) = \frac{\frac{2}{100}}{\frac{5}{100}} = \frac{2}{5}$;

55. Ejercicio

Calcular la probabilidad de que haya salido un uno al tirar un dado sabiendo que ha salido un número impar

Solución;

$$P(A = \text{salga un uno}) = \frac{1}{6}; P(B = \text{salga un numero impar}) = \frac{3}{6}$$

$$P(A \cap B) \text{ Salga impar y } 1 = \frac{1}{6}; P(B) \text{ impar} = \frac{3}{6}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; P(A|B) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3};$$

56. Ejercicio

En una clase el 50% de la clase suspendio matematicas, el 60% suspendio fisica y el 30% suspendieron las dos.

Si elegimos un alumno al azar. Hallar la probabilidad de: a) que haya suspendido matemáticas, sabiendo que ha suspendido fisica b) que haya suspendido fisica, sabiendo que ha suspendido matematicas

Solución;

a) Que haya suspendido matemáticas, sabiendo que ha suspendido fisica

$$P(A = \text{suspenda matemáticas}) = \frac{50}{100} = \frac{5}{10}; P(B = \text{suspenda física}) = \frac{60}{100} = \frac{6}{10}$$

$$P(B = \text{suspenda las dos}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; P(A|B) = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{6}{10}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) Que haya suspendido fisica, sabiendo que ha suspendido matematicas

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; P(B|A) = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{5}{10}} = \frac{3}{5};$$

57. Ejercicio

Si A y B son dos sucesos asociados a un experimento aleatorio tal que $P(A) = 0,25$,

$P(B|A) = 0,5$ y $P(A|B) = 0,25$;

Calcular $P(A \cap B)$; $P(A \cup B)$; ¿A y B son incompatibles o independientes?

Dos sucesos son incompatibles si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ y $P(A \cap B) = 0$

*Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$*

Solución

$P(A \cap B)$; sabemos que $P(A \cap B) = P(B|A) * P(A)$; $P(A \cap B) = 0,5 * 0,25 = 0,125$

$P(A \cap B)$; sabemos que $P(A \cap B) = P(A|B) * P(B)$; $P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A|B)} = \frac{0,125}{0,25} = 0,5$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,25 + 0,5 - 0,125 = 0,625$$

b) *Dos sucesos son incompatibles si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ y $P(A \cap B) = 0$*

Como $P(A \cap B) \neq 0$, no son incompatibles

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$; $0,125 = 0,25 * 0,5 = 0,125$

6 Dependencia e independencia de sucesos

Dados los sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio tales que $P(A) > 0$ y $P(B) > 0$. Decimos que **son independientes si $A \cap B = \emptyset$** ; $\Rightarrow$

$$P(A|B) = P(A); \text{ o } P(B|A) = P(B);$$

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

58. Ejercicio

La urna U tiene 8 bolas blancas y 4 verdes. la urna V tiene 5 bolas blancas y 7 verdes.

De cada urna se extrae una bola al azar. Calcular la probabilidad:

a) la bola extraída de U sea verde y la de V blanca

b) las bolas extraídas sean del mismo color.

Solución

a) la bola extraída de U sea verde y la de V blanca

El color de la bola extraída de la urna U no influirá para nada en el color de la bola que se extraiga de la urna V

$$P(U \text{ sea verde}) = \frac{4}{12}; \quad P(V \text{ sea blanca}) = \frac{5}{12}$$

$$P(U \text{ sea verde y V blanca}) = \frac{4}{12} * \frac{5}{12} = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$$

b) las bolas extraídas sean del mismo color.

$$P(U \text{ sea verde}) = \frac{4}{12}; \quad P(V \text{ sea verde}) = \frac{7}{12}$$

$$P(U \text{ sea verde y V verde}) = \frac{4}{12} * \frac{7}{12} = \frac{28}{144}$$

$$P(U \text{ sea blanca}) = \frac{8}{12}; \quad P(V \text{ sea blanca}) = \frac{5}{12}$$

$$P(U \text{ sea blanca y V blanca}) = \frac{8}{12} * \frac{5}{12} = \frac{40}{144}$$

$$P(\text{sea las dos del mismo color}) = \frac{28}{144} + \frac{40}{144} = \frac{68}{144} = \frac{17}{36}$$

59. Ejercicio

Un artículo está formado por tres partes independientes A, B, C. La probabilidad de que la parte A sea defectuosa es del 0,02, de que sea la B es 0,03 y de que lo sea C es de 0,05.

Calcular la probabilidad de que el artículo no sea defectuoso:

Solución

$$P(A \text{ no sea defectuoso}) = 1 - 0,02 = 0,98$$

$$P(B \text{ no sea defectuoso}) = 1 - 0,03 = 0,97$$

$$P(C \text{ no sea defectuoso}) = 1 - 0,05 = 0,95$$

$$P(\text{ninguno sea defectuoso}) = 0,98 * 0,97 * 0,95 = 0,90307$$

60. Ejercicio

Consideramos dos sucesos A y B con $P(A) \neq 0$; $P(B) \neq 0$,

Si A y B son incompatibles .¿ Son independientes?

Si A y B son independientes .¿ Son incompatibles?

Solución

Dos sucesos son incompatibles si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ y $P(A \cap B) = 0$

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

Si A y B son incompatibles $\Rightarrow P(A \cap B) = 0$.

¿ Son independientes? $\Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) * P(B)$ **No son independientes**

Si A y B son independientes $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) * P(B)$.

¿ Son incompatibles? $\Rightarrow P(A \cap B) \neq 0$ **No son incompatibles**

61. Ejercicio

Los sucesos A y B son independientes y verifican que $P(A) = 0,5$; $P(A \cap B) = 0,2$. Calcular:

a) ocurra al menos uno de ellos

b) no ocurra ninguno de ellos.

c) Ocurra solo uno de ellos.

Solución

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$; $0,2 = 0,5 * P(B)$; $P(B) = 0,4$

a) ocurra al menos uno de ellos

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7$

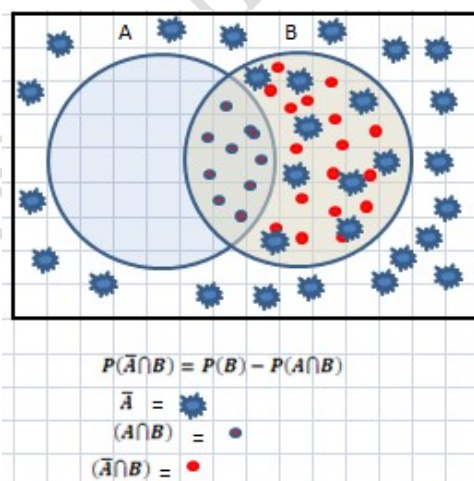
b) no ocurra ninguno de ellos

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) * P(\bar{B}) = 0,5 * 0,6 = 0,3$

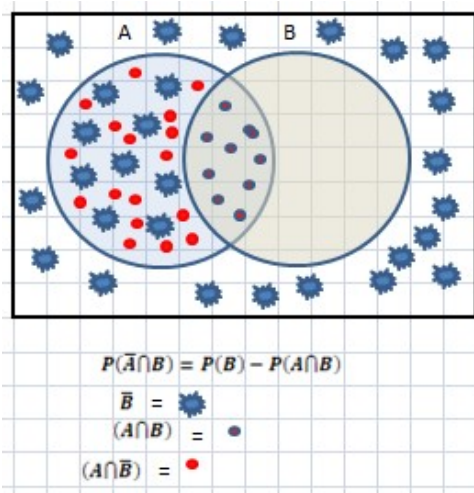
c) Ocurra solo uno de ellos

$P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap \bar{B})$;

$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,4 - 0,2 = 0,2$;



$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,5 - 0,2 = 0,3;$$



$$P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = 0,2 + 0,3 = 0,5;$$

62. Ejercicio

Pepe y Juan estan solicitando ser admitidos en la universidad. Posibilidad de de que Pepe sea admitidos es 0,7 ; que lo sea Juan 0,6 y que lo sean los dos 0,45; Calcular la posibilidad de que :

- Solamente uno sea admitido
- Al menos uno sea admitido.
- Ninguno de los dos sea admitido.

Solución

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$,

- Solamente uno sea admitido

$$P(\bar{P} \cap J) + P(P \cap \bar{J}) =$$

$$P(\bar{P} \cap J) = P(J) - P(P \cap J) = 0,6 - 0,45 = 0,15;$$

$$P(P \cap \bar{J}) = P(P) - P(P \cap J) = 0,7 - 0,45 = 0,25$$

$$P(\bar{P} \cap J) + P(P \cap \bar{J}) = 0,15 + 0,25 = 0,40$$

- Al menos uno sea admitido

$$P(P \cup L) = P(P) + P(L) - P(P \cap L); P(P \cup L) = 0,6 + 0,7 - 0,45; P(P \cup L) = 0,85$$

- Ninguno de los dos sea admitido.

$$P(\bar{P} \cap \bar{L}) = P(\bar{P}) * P(\bar{L}) = 0,3 * 0,4 = 0,12$$

7 Teoría de la probabilidad total

7.1 Partición del espacio muestral

Los sucesos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ constituyen una partición del espacio muestral E si se cumplen las dos condiciones :

- a) $A_i \cap A_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$;
- b) $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n = E$;

Ejemplo:

Para el experimento de lanzar un dado tenemos el siguiente espacio muestral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Si tenemos los sucesos $A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{4\}$ y $A_3 = \{5, 6\}$;

Comprobamos que es una partición del espacio muestral pues cumple las dos condiciones:

- a) $A_i \cap A_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$; $A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = \emptyset$
- b) $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = E$;

7.2 Teorema de la probabilidad Total

Los sucesos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ constituyen una partición del espacio muestral E y por otro lado sea B otro evento cualquiera del espacio muestral, se cumple que la probabilidad de B es:

$$P(B) = P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) + P(A_3) * P(B|A_3) + \dots + P(A_n) * P(B|A_n)$$

63. Ejercicio

En un acuario se tienen solo 2 especies de peces, el 40% son de la especie azul y el 60% son de la especie roja. De la especie azul, el 30% son machos; mientras que, de la especie roja, el 40% son hembras. ¿Cuál es la probabilidad de que un pez elegido aleatoriamente en el acuario sea macho?

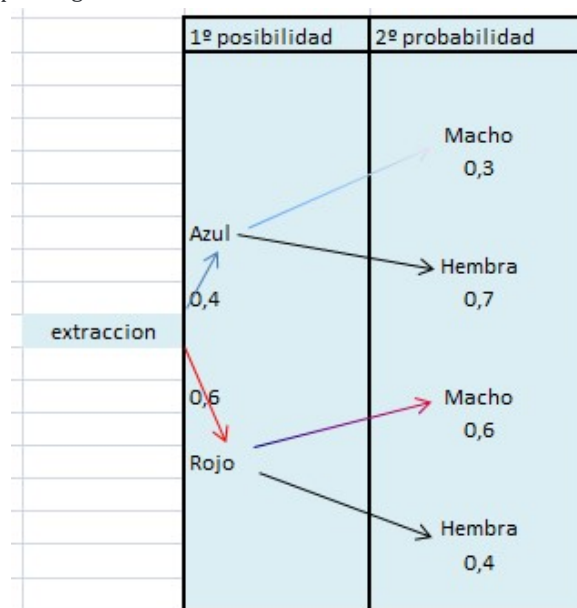
Solución

1ª forma diagrama de árbol

$$P(\text{Macho Azul}) = 0,4 * 0,3 = 0,12$$

$$P(\text{Macho Rojo}) = 0,6 * 0,6 = 0,36$$

$$P(\text{Macho}) = 0,12 + 0,36 = 0,48 \Rightarrow 48\%$$



2ª forma teorema de probabilidad total

Hay dos sucesos A_1 que el pez elegido sea azul; A_2 que el pez elegido sea rojo

S espacio muestral, peces del acuario

$$P(A_1) = 0,4; \quad P(A_2) = 0,6$$

Hay otro suceso B que el pez elegido sea macho

Probabilidad de que siendo azul sea macho $P(B|A_1) = 0,3$;

Probabilidad de que sea macho siendo rojo $P(B|A_2) = 0,6$

$$P(B) = P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) = 0,4 * 0,3 + 0,6 * 0,6 = 0,12 + 0,36 = 0,48$$

64. Ejercicio

En un aula el 10% de los ordenadores no funcionan. En otra no funciona el 3%. Si se elige al azar una de las dos clases y también al azar, un ordenador de la misma. ¿Cuál es la probabilidad de que el ordenador funcione?

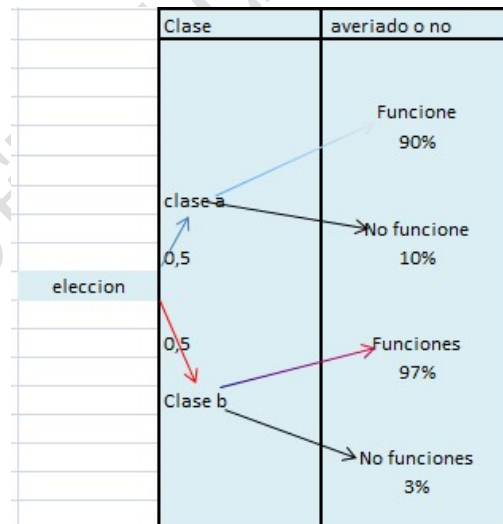
Solución

1ª forma diagrama de árbol

$$P(\text{Clase a/ funcione}) = 0,5 * 0,9 = 0,45$$

$$P(\text{Clase b/ funcione}) = 0,5 * 0,97 = 0,485$$

$$P(\text{funcione}) = 0,45 + 0,485 = 0,935$$



2ª forma teorema de probabilidad total

S espacio muestral, eleccion de clase

$$P(\text{clase a}) = 0,5; \quad P(\text{clase b}) = 0,5$$

Probabilidad de que eligiendo clase a funcione $P(B|A_1) = 0,9$;

Probabilidad de que eligiendo clase b funcione $P(B|A_2) = 0,97$;

$$P(B) = P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) = 0,5 * 0,9 + 0,5 * 0,97 = 0,45 + 0,485 = 0,935$$

65. Ejercicio

En un gimnasio se imparten clases de pilates a tres niveles, inicial, medio y avanzado. El nivel medio lo practican el 45%, el avanzado 24% . En el nivel inicial hay un 37% de mujeres. En el nivel medio la cuarta parte son hombres y en el nivel avanzado hay igual número de hombres que de mujeres. Si se elige al azar una de las personas que practican pilates . ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre?

Solución

1ª forma diagrama de árbol

$$P(\text{Inicial} / \text{Hombre}) = 0,31 * 0,63 = 0,1953$$

$$P(\text{Intermedio} / \text{Hombre}) = 0,45 * 0,25 = 0,1125$$

$$P(\text{Avanzado} / \text{Hombre}) = 0,24 * 0,5 = 0,12$$

$$P(\text{Hombre}) = 0,1953 + 0,1125 + 0,12 = 0,4278$$

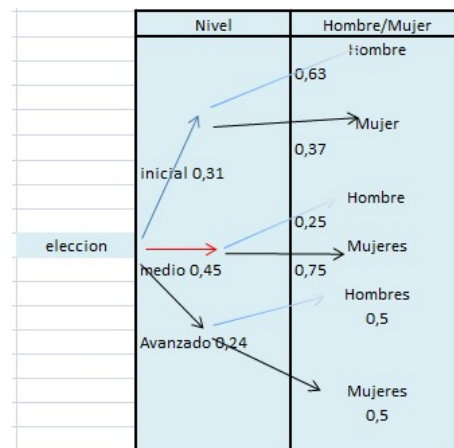
2ª forma teorema de probabilidad total

S espacio muestral, eleccion de Nivel

$$P(\text{inicial}) = 0,31;$$

$$P(\text{intermedio}) = 0,45$$

$$P(\text{Avanzado}) = 0,24$$



Probabilidad de que eligiendo nivel inicial sea hombre $P(\text{Hombre}|\text{Inicial}) = 0,63$;

Probabilidad de que eligiendo nivel Intermedio sea hombre $P(\text{Hombre}|\text{Intermedio}) = 0,25$;

Probabilidad de que eligiendo nivel avanzado sea hombre $P(\text{Hombre}|\text{Avanzado}) = 0,5$;

$$P(B) = P(\text{Inicial}) * P(\text{Hombre}|\text{Inicial}) + P(\text{Intermedio}) * P(\text{Hombre}|\text{intermedio}) +$$

$$P(\text{Avanzado}) * P(\text{Hombre}|\text{Avanzado}) = 0,31 * 0,63 + 0,45 * 0,25 + 0,24 * 0,5 = 0,4278$$

66. Ejercicio

En la ciudad A el 45% de la población tienen más de 60 años . En la ciudad B el 30% son mayores de 60 años. La ciudad A tiene el doble de habitantes que la B. Entre las dos ciudades se elige un hombre al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 60 años?

Solución

1ª forma diagrama de árbol

$$P(\text{CiudadA} | \text{mayor 60}) = 0,6666 * 0,45 = 0,29997$$

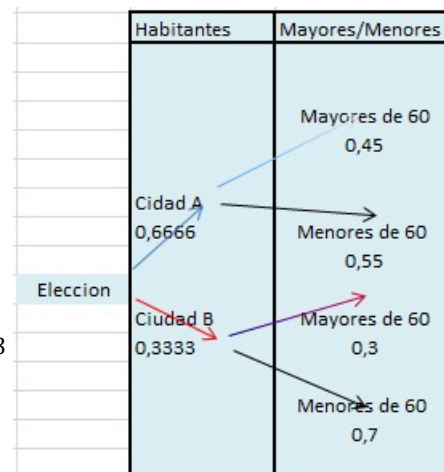
$$P(\text{CiudadB} | \text{mayor 60}) = 0,3333 * 0,3 = 0,09999$$

$$P(\text{mayor 60}) = 0,29997 + 0,09999 = 0,39996$$

2ª forma teorema de probabilidad total

S espacio muestral, eleccion de perona ciudad A

$$P(\text{persona de A}) = 0,6666; P(\text{Pciudad B}) = 0,3333$$



Probabilidad de que eligiendo Ciudad A sea mayor de 60 $P(A|\text{mayor 60}) = 0,45$

Probabilidad de que eligiendo Ciudad B sea mayor de 60 $P(B|\text{mayor 60}) = 0,30$

$$P(B) = P(A) * P(A|\text{mayor 60}) + P(B) * P(B|\text{mayor de 60}) = 0,6666 * 0,45 + 0,3333 * 0,3 = 0,39996$$

67. Ejercicio

La quinta parte de los asistentes a un congreso se alojan en el hotel A mientras que el resto se alojan, a partes iguales en los hoteles B y C. El porcentaje de asistentes que han pedido solo alojamiento son: en el A 27% en el B el 35% y en el C el 45%. Eligiendo al azar un asistente al evento. ¿Cuál es la probabilidad de que desayune en el hotel?

Solución

1ª forma diagrama de árbol

$$P(\text{Hotel A} | \text{con desayuno}) = 0,2 * 0,73 = 0,146$$

$$P(\text{Hotel A} | \text{con desayuno}) = 0,4 * 0,65 = 0,26$$

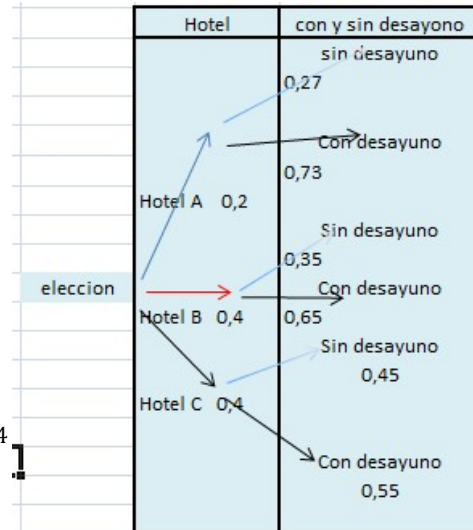
$$P(\text{Hotel A} | \text{con desayuno}) = 0,4 * 0,55 = 0,22$$

$$P(\text{con desayuno}) = 0,146 + 0,26 + 0,22 = 0,626$$

2ª forma teorema de probabilidad total

S espacio muestral, eleccion de perona Hotel A

$$P(\text{Hotel A}) = 0,2; P(\text{Hotel B}) = 0,4, P(\text{Hotel C}) = 0,4$$



Probabilidad de que eligiendo persona del Hotel A tenga desayuno $P(A|\text{con desayuno}) = 0,73$

Probabilidad de que eligiendo persona del Hotel B tenga desayuno $P(B|\text{con desayuno}) = 0,65$

Probabilidad de que eligiendo persona del Hotel C tenga desayuno $P(C|\text{con desayuno}) = 0,55$

$$P(\text{con desayuno}) = P(A) * P(A|\text{con desayuno}) + P(B) * P(B|\text{con desayuno}) +$$

$$P(C) * P(C|\text{con desayuno}) = 0,2 * 0,73 + 0,4 * 0,65 + 0,4 * 0,55 = 0,626$$

8 Teorema de Bayes

El teorema de Bayes vincula la probabilidad de A dado B con la probabilidad de B dado A

Los sucesos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ constituyen una participacion del espacio muestral E y por otro lado sea B otro evento cualquiera del espacio muestral, se cumple que la probabilidad de $A_j|B$ es:

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) * P(A_j)}{P(B)} \Rightarrow$$

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) * P(A_j)}{P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) + P(A_3) * P(B|A_3) + \dots + P(A_n) * P(B|A_n)}$$

$P(A_j)$ se denominan probabilidades iniciales a priori

$P(A_j/B)$ se denominan probabilidades finales a posteriori

68. Ejercicio

El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 20% son economistas. El 75% de los ingenieros son directivos, el 50% de los economistas, el 20% del resto de titulados es directivo.

¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar sea directivo?

¿Cuál es la probabilidad de que un directivo elegido al azar sea Ingeniero?

Solución

¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar sea directivo?

Probabilidad de que eligiendo Ingeniero sea directivo

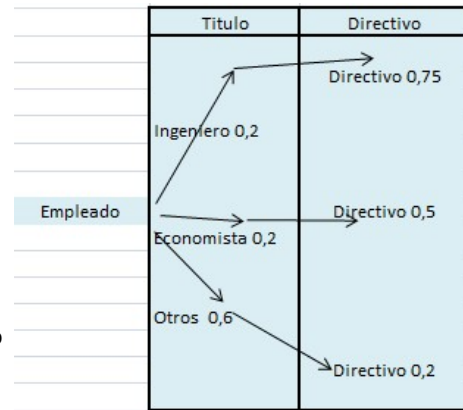
$$P(I|\text{directivo}) = 0,75$$

Probabilidad de que eligiendo Economista sea directivo

$$P(E|\text{directivo}) = 0,5$$

Probabilidad de que eligiendo Otros tecnico sea directivo

$$P(O|\text{directivo}) = 0,2$$



$$P(\text{de elegir directivo}) = P(I) * P(I|\text{Directivo}) + P(E) * P(E|\text{Directivo}) + P(O) * P(O|\text{Directivo})$$

$$P(\text{de elegir directivo}) = 0,2 * 0,75 + 0,2 * 0,5 + 0,6 * 0,2 = 0,15 + 0,1 + 0,12 = 0,37$$

¿Cuál es la probabilidad de que un directivo elegido al azar sea Ingeniero?

$$P(\text{Ingeniero}|\text{directivo}) = \frac{P(B|A_i) * P(A_i)}{P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) + P(A_3) * P(B|A_3) + \dots + P(A_n) * P(B|A_n)}$$

$$P(\text{Ingeniero}|\text{directivo}) = \frac{P(\text{ingeniero}|\text{directivo}) * P(\text{Ingeniero})}{P(I) * P(I|\text{Directivo}) + P(E) * P(E|\text{Directivo}) + P(O) * P(O|\text{Directivo})}$$

$$P(\text{Ingeniero}|\text{directivo}) = \frac{0,75 * 0,2}{0,2 * 0,75 + 0,2 * 0,5 + 0,6 * 0,2} = 0,405$$

69. Ejercicio

Una empresa que fabrica discos DVD son revisados antes de salir al mercado. Los operarios A,B y C revisa los DVD . El operario A revisa el 30%; el B el 50% y el C el 20 %. Al operario A se le han pasado un 3% defectuosos; al B un 1% y al C un 2%.

a) Eligiendo un DVD al azar calcula la probabilidad de que no tenga un error en su acabado?

b) Si un disco destinado a la venta no tiene error. ¿Cual es la posibilidad de que los haya supervisado el operario B?

c) Un disco destinado a la venta tiene error en su fabricación. ¿Cual de los tres operarios tiene mas probabilidad de haberlo supervisado.

Solución :

a) Eligiendo un DVD al azar calcula la probabilidad de que no tenga error

$$\text{Probabilidad de que revise el A no tenga error } P(A|\text{sin error}) = 0,97$$

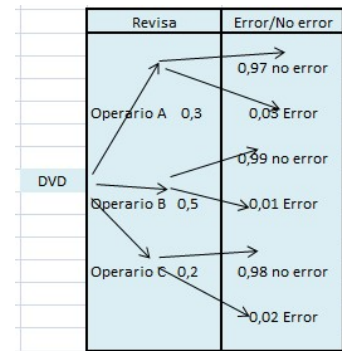
$$\text{Probabilidad de que revise el B no tenga error } P(B|\text{sin error}) = 0,99$$

Probabilidad de que revise el C no tenga error $P(C|\text{sin error}) = 0,98$

$$P(\text{no error}) = P(A) * P(A|\text{sin error}) + P(B) * P(B|\text{sin error}) +$$

$$P(C) * P(C|\text{sin error}) = 0,3 * 0,97 + 0,5 * 0,99 + 0,2 * 0,98 =$$

$$0,291 + 0,495 + 0,196 = 0,982$$



b) Si un disco destinado a la venta no tiene error. ¿Cual es la posibilidad de que los haya supervisado el operario B?

$$P(\text{operario B}|\text{no error}) = \frac{P(B|A_j) * P(A_j)}{P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) + P(A_3) * P(B|A_3) + \dots + P(A_n) * P(B|A_n)}$$

$$P(\text{operario B}|\text{no error}) = \frac{P(\text{operario B}|\text{no error}) * P(\text{operario B})}{P(A) * P(A|\text{No error}) + P(B) * P(B|\text{No error}) + P(C) * P(C|\text{No error})}$$

$$P(\text{operario B}|\text{no error}) = \frac{0,5 * 0,99}{0,3 * 0,97 + 0,5 * 0,99 + 0,2 * 0,98} = \frac{0,495}{0,982} = 0,511$$

c) Un disco destinado a la venta tiene error en su fabricación. ¿Cual de los tres operarios tiene mas probabilidad de haberlo supervisado.

$$P(\text{operario A}|\text{error}) = \frac{0,3 * 0,3}{0,3 * 0,97 + 0,5 * 0,99 + 0,2 * 0,98} = \frac{0,09}{0,982} = 0,092$$

$$P(\text{operario B}|\text{error}) = \frac{0,5 * 0,1}{0,3 * 0,97 + 0,5 * 0,99 + 0,2 * 0,98} = \frac{0,05}{0,982} = 0,051$$

$$P(\text{operario C}|\text{error}) = \frac{0,2 * 0,2}{0,3 * 0,97 + 0,5 * 0,99 + 0,2 * 0,98} = \frac{0,04}{0,982} = 0,041$$

70. Ejercicio

Una empresa tiene distribuidos sus centros de producción en dos polígonos industriales A y B. En A trabajan un 30% de los empleados. En el último mes un 5% de los empleados de B ha padecido algún tipo de enfermedad mientras que en A la han padecido el 3%

Si elegimos un empleado al azar calcular:

a) La probabilidad de que no haya estado enfermo

b) La probabilidad de que trabaje en B si ha estado enfermo

Solución

a) La probabilidad de que no haya estado enfermo

Probabilidad trabajando en A no haya estado enfermo

$$P(A|\text{no enfermo}) = 0,97$$

Probabilidad trabajando en B no haya estado enfermo

$$P(B|\text{no enfermo}) = 0,95$$

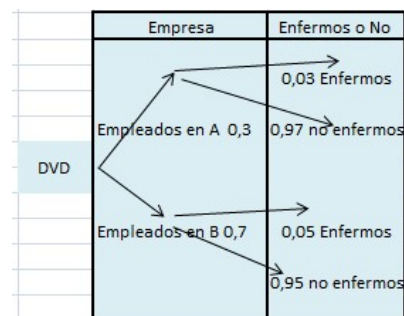
$$P(\text{no enfermo}) = P(A) * P(A|\text{no enfermo}) + P(B) * P(B|\text{no enfermo});$$

$$P(\text{no enfermo}) = 0,3 * 0,97 + 0,7 * 0,95 = 0,291 + 0,665 = 0,956$$

c) La probabilidad de que trabaje en B si ha estado enfermo

$$P(\text{trabajador de B}|\text{enfermo}) = \frac{P(\text{trabajador de B}|\text{enfermo}) * P(\text{trabajador de B})}{P(A) * P(A|\text{enfermo}) + P(B) * P(B|\text{enfermo})}$$

$$P(\text{operario B}|\text{enfermo}) = \frac{0,7 * 0,05}{0,3 * 0,03 + 0,7 * 0,05} = \frac{0,035}{0,039 + 0,035} = \frac{0,035}{0,074} = 0,473$$



71. Ejercicio

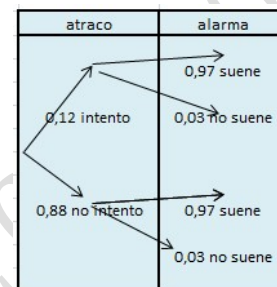
La alarma de un centro comercial, conectada a la central de alarma, funciona en el 97% de los casos. En la zona un 12% de los comercios ha sufrido intento de atracos. En la central suena la alarma de un comercio de la zona. Calcula la probabilidad que haya sufrido un intento de atraco

Solución

Probabilidad que haya sufrido un intento de atraco

$$P(\text{funciona la alarma}|\text{atraco}) = \frac{P(\text{funciona alarma}|\text{atraco}) * P(\text{funciona alarma})}{P(\text{atraco}) * P(\text{suene}|\text{atraco}) + P(\text{no atraco}) * P(\text{suene}|\text{no atraco})}$$

$$P(\text{funciona la alarma}|\text{atraco}) = \frac{0,12 * 0,97}{0,12 * 0,97 + 0,88 * 0,97} = \frac{0,1164}{0,1164 + 0,8536} = \frac{0,1164}{0,97} = 0,12$$



Probabilidad que no haya sufrido un intento de atraco

$$P(\text{funciona la alarma}|\text{no atraco}) = \frac{P(\text{funciona alarma}|\text{no atraco}) * P(\text{funciona alarma})}{P(\text{atraco}) * P(\text{suene}|\text{atraco}) + P(\text{no atraco}) * P(\text{suene}|\text{no atraco})}$$

$$P(\text{funciona la alarma}|\text{atraco}) = \frac{0,88 * 0,97}{0,12 * 0,97 + 0,88 * 0,97} = \frac{0,8536}{0,1164 + 0,8536} = \frac{0,8536}{0,97} = 0,88$$

72. Ejercicio

En un sistema de alarmas, la probabilidad de que haya un incidente es el 0,1. Si se produce la probabilidad de que suene es 0,95. La probabilidad de que suene sin que haya incidentes es del 0,03. Si ha sonado la alarma hallar la probabilidad de que no haya habido incidente.

Solución

Probabilidad que no haya habido incidente

$$P(\text{funciona la alarma}|\text{si incidente}) =$$

$$= \frac{P(\text{funciona alarma}|\text{si incidente}) * P(\text{funciona alarma})}{P(\text{incidente}) * P(\text{suene}|\text{incidente}) + P(\text{no incidente}) * P(\text{suene}|\text{no incidente})}$$

$$P(\text{funciona la alarma}|\text{si incidente}) =$$

$$\frac{0,9 * 0,03}{0,1 * 0,95 + 0,9 * 0,03} = \frac{0,027}{0,095 + 0,027} = \frac{0,027}{0,122} = 0,2213$$

