

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

INDICE

Contenido

1	MONOMIOS	2
2	POLINOMIO	2
2.1	OPERACIONES CON POLINOMIOS	2
2.1.1	Suma o resta de polinomios	2
2.1.2	Multiplicación de polinomios.....	3
2.1.3	División de polinomios.....	3
3	REGLA DE RUFFINI.....	6
4	TEOREMA DEL RESTO	8
5	RAÍCES DE UN POLINOMIO	13
6	FACTORIZACIÓN	17
6.1	FRACCIONES ALGEBRAICAS	22

1 Monomios

Se llama monomio a las expresiones algebraicas en la que se combinan números y letras con exponentes naturales. Las únicas operaciones que aparecen entre las letras son el producto y la potencia de exponentes naturales.

Partes de un monomio

La suma de los exponentes nos indica el grado del monomio(7)

Parte literal (formado por las letras)

Parte numérica (formado por los números)

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal

Ejemplos:

$7x^4y^2z$; $-x$; $0,5y^4W^2$ Son monomios

a^{-3} ; $a^{\frac{2}{3}}$ No son monomios porque los exponentes no son números naturales

2 Polinomio

Un polinomio está formado por a suma de varios monomios

$$7x^4y^2 + 3x^2y - 7x^7y^1$$

El grado del polinomio es igual al del monomio de mayor grado.

En nuestro ejemplo es 8 (7+1) pues el monomio de mayor grado es $7x^7y^1$

El valor numérico de un polinomio para un determinado valor de la variable se halla sustituyendo la variable por dicho valor

El valor numérico del polinomio $x^3 + 3x^2 - 2x$ para un valor de $x=1$ será $1^3 + 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 = 1+3-1 = 3$

2.1 Operaciones con polinomios

2.1.1 Suma o resta de polinomios

Suma o resta de monomios. Solo se pueden sumar los monomios que sean semejantes (tiene la misma parte literal)

Para sumar o restar polinomios se suman los monomios equivalentes.

Ejemplo:

$$(8x^3y^2 + 3x^2y^2 - 4xy^2 + 8x) + (3x^3y^2 + 2x^2y^2 - 2xy^2 + 3y)$$

Agrupamos los monomios semejantes

$$(8x^3y^2 + 3x^3y^2) + (3x^2y^2 + 2x^2y^2) + (-4xy^2 - 2xy^2) + 8x + 3y = (11x^3y^2 + 5x^2y^2 - 6xy^2 + 8x + 3y)$$

2.1.2 Multiplicación de polinomios

Para multiplicar monomios se multiplica la parte numérica y la parte literal

Para multiplicar dos polinomios $P(x)$ y $Q(x)$, se multiplican cada uno de los monomios de $P(x)$ por todos los monomios de $Q(x)$ y se suman los monomios equivalentes

Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 P(x) \quad 2x^3 + x^2 - 3x + 4 \\
 Q(x) \quad \quad \quad 3x + 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad +4x^3 + 2x^2 \quad - 6x + 8 \\
 6x^4 + 3x^3 - 9x^2 \quad + 12x \\
 \hline
 6x^4 + 7x^3 - 7x^2 \quad + 6x \quad + 8
 \end{array}$$

2.1.3 División de polinomios

Para dividir polinomios ha de cumplirse que el grado del dividendo sea igual o mayor que el del divisor.

Ejemplo:

Dividir el polinomio $P(x) \quad 2x^3 + x^2 - 3x + 4$ por $Q(x) \quad x^2 + 2$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l} D = \text{dividendo} \rightarrow \\ 2x^3 + x^2 - 3x + 4 \\ - 2x^3 \quad - 4x \\ \hline 0 \quad + x^2 - 7x + 4 \\ - x^2 \quad - 2 \\ \hline 0 - 7x + 2 \rightarrow R = \text{Resto} \end{array}
 \quad \begin{array}{l} d = \text{divisor} \\ x^2 + 2 \\ \hline 2x + 1 \rightarrow C = \text{Cociente} \end{array}
 \end{array}$$

1. Dividimos el término de mayor grado del dividendo por el término de mayor grado del divisor $2x^3 : x^2 = 2x$
2. El valor que hemos obtenido lo ponemos en el cociente. Lo multiplicamos por el divisor y lo ponemos debajo del dividendo cambiado de signo
3. Sumamos los dos polinomios
4. Repetimos el proceso anterior hasta que el grado del dividendo sea menos que el grado del divisor
5. El último polinomio es el resto
6. Con la propiedad de la división comprobamos que la división es correcta $D = d \cdot C + R$

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad x^2 + 2 \\
 \quad \quad \quad 2x + 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad +x^2 \quad + 2 \\
 +2x^3 \quad + 4x \\
 \hline
 +2x^3 + x^2 + 4x + 2 \\
 -7x + 2 \\
 \hline
 +2x^3 + x^2 - 3x + 4
 \end{array}$$

1. Ejercicio polinomios

Dividir los siguientes polinomios $(6x^4 + 8x^2 + 4x + 20) : (2x^2 + 4x + 2)$

Solución

$$\begin{array}{r}
 6x^4 \qquad \qquad + 8x^2 + 4x + 20 \qquad \left| \begin{array}{l} 2x^2 + 4x + 2 \\ 3x^2 - 6x + 13 \end{array} \right. \\
 \underline{-6x^4 - 12x^3 - 6x^2} \\
 0 - 12x^3 + 2x^2 + 4x + 20 \\
 \underline{+12x^3 + 24x^2 + 12x} \\
 0 + 26x^2 + 16x + 20 \\
 \underline{-26x^2 - 52x - 26} \\
 0 - 36x - 6 \text{ Resto}
 \end{array}$$

Prueba

$$\begin{array}{r}
 2x^2 + 4x + 2 \\
 3x^2 - 6x + 13 \\
 \hline
 +26x^2 + 52x + 26 \\
 -12x^3 - 24x^2 - 12x \\
 +6x^4 + 12x^3 + 6x^2 \\
 \hline
 +6x^4 \quad 0 \quad -8x^2 + 40x + 26 \\
 \hline
 -36x - 6 \\
 \hline
 +6x^4 \qquad + 8x^2 + 4x + 20
 \end{array}$$

2. Ejercicio polinomios

El dividendo de una división de polinomio es $P(x) = x^5 - 2x^3 - x^2$,
el cociente $C(x) = x^2 - 2$ y el resto $R(x) = -2$. ¿Cuál es el divisor?

Solución

$$D = d * C + R; \quad d = \frac{D - R}{C}$$

$$D - R = x^5 - 2x^3 - x^2 + 2$$

$$\begin{array}{r}
 x^5 - 2x^3 - x^2 + 2 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2 \\ x^3 - 1 \text{ divisor} \end{array} \right. \\
 \underline{-x^5 + 2x^3} \\
 0 \quad 0 \quad -x^2 + 2 \\
 \underline{+x^2 - 2} \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Prueba

$$\begin{array}{r}
 x^5 - 2x^3 - x^2 \\
 \underline{-x^5 \qquad \qquad + x^2} \\
 0 - 2x^3 \quad 0 \\
 \underline{+2x^3 \qquad \qquad - 2} \\
 0 \qquad \qquad -2
 \end{array}
 \qquad
 \left| \begin{array}{l} x^3 - 1 \\ x^2 - 2 \end{array} \right.$$

3. Ejercicio polinomios

El divisor de una división de polinomio es $Q(x) = 2x^2 - 7$,

el cociente $C(x) = x^3 - 2x$ y el resto $R(x) = x - 2$. ¿Cuál es el dividendo?

Solución

$$D = d * C + R$$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 7 \\
 \underline{x^3 - 2x} \\
 -4x^3 + 14x \\
 \underline{2x^5 - 7x^3} \\
 2x^5 - 11x^3 + 14x \\
 \underline{ + x - 2} \\
 2x^5 - 11x^3 + 15x - 2 \text{ Dividendo}
 \end{array}$$

Prueba

$$\begin{array}{r}
 2x^5 - 11x^3 + 15x - 2 \quad \left| \begin{array}{l} 2x^2 - 7 \\ x^3 - 2x \end{array} \right. \\
 \underline{-2x^5 + 7x^3} \\
 0 - 4x^3 + 15x \\
 \underline{ + 4x^3 - 14x} \\
 0 + x - 2
 \end{array}$$

4. Ejercicio polinomios

Ejecutar la siguiente división

$$(4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6) : (x^2 + 5x - 3)$$

Solución

$$\begin{array}{r}
 4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6 \\
 \underline{-4x^5 - 20x^4 + 12x^3} \\
 0 \quad 0 \quad -6x^3 - 28x^2 + 28x - 6 \\
 \underline{ + 6x^3 + 30x^2 - 18x} \\
 0 \quad +2x^2 + 10x - 6 \\
 \underline{ - 2x^2 - 10x + 6} \\
 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + 5x - 3 \\ 4x^3 - 6x + 2 \end{array} \right.$$

Prueba

$$\begin{array}{r}
 4x^3 - 6x + 2 \\
 \underline{x^2 + 5x - 3} \\
 -12x^3 \quad +18x - 6 \\
 \underline{ + 20x^4 \quad -30x^2 + 10x} \\
 +4x^5 \quad -6x^3 \quad +2x^2 \\
 \underline{4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6}
 \end{array}$$

5. Ejercicio polinomios

Ejecutar la siguiente división

$$(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$$

Solución

$$\begin{array}{r}
 6x^4 + 3x^3 - 2x \quad \bigg| \quad 3x^2 + 2 \\
 \underline{-6x^4 \qquad -4x^2} \qquad \qquad 2x^2 + x - \frac{4}{3} \\
 0 + 3x^3 - 4x^2 - 2x \\
 \underline{-3x^3 \qquad -2x} \\
 0 - 4x^2 - 4x \\
 \qquad \qquad \underline{+4x^2 \qquad +\frac{8}{3}} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{0 - 4x + \frac{8}{3}}
 \end{array}$$

Prueba

$$\begin{array}{r}
 2x^2 + x - \frac{4}{3} \\
 \underline{3x^2 + 2} \\
 4x^2 + 2x - \frac{8}{3} \\
 \underline{6x^4 + 3x^3 - 4x^2} \\
 6x^4 + 3x^3 \quad 0 + 2x - \frac{8}{3} \\
 \qquad \qquad \underline{-4x + \frac{8}{3}} \\
 \hline
 6x^4 + 3x^3 - 2x \quad 0
 \end{array}$$

3 Regla de ruffini

La regla de Ruffini facilita el cálculo rápido de la división de cualquier polinomio entre un binomio de la forma $(x-a)$ donde a es un numero entero

Ejemplo: $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (x + 2)$

	6	3	0	2	0
-2		-12	18	-36	+68
	6	-9	+18	-34	+68 resto

El resultado del cociente será $6x^3 - 9x^2 + 18x - 34$

El valor del resto 68

- 1 Se colocan de mayor a menor grado los valores numéricos (coeficiente) de cada monomio, con su signo correspondiente; rellenando con ceros los lugares de los términos que falten.
- 2 A la izquierda de la cruz se pone el término independiente del divisor cambiado de signo
- 3 En la fila de resultado bajamos el primer coeficiente
- 4 Multiplica el término independiente del divisor en este caso (-2) por el primer coeficiente (6) y se pone debajo de segundo término.
- 5 Se suman los dos términos (3-12) y se pone en la parte de resultado -9
- 6 Multiplicamos el siguiente (-2*-9=+18, y lo ponemos debajo del siguiente término
- 7 Se suman los dos términos (0+18) y se pone en la parte de resultado +18
- 8 Multiplicamos el siguiente (-2*18=-36, y lo ponemos debajo del siguiente término
- 9 Se suman los dos términos (2-36) y se pone en la parte de resultado -34
- 10 Multiplicamos el siguiente (-2*-34=+68, y lo ponemos debajo del siguiente término
- 11 Se suman los dos términos (0+68) y se pone en la parte de resultado 68 este es el resto
- 12 El cociente tendrá un grado menos del que tenía el divisor

6. Ejercicio polinomios

Realizar la siguiente división ($x^3 - 3x^2 + x + 2$): ($x - 3$)

Solución

3	+1	-3	+1	+2	
	+3	0	+3	+3	
	1	0	+1	+5	resto

El cociente será $x^2 + 1$

7. Ejercicio polinomios

Realizar la siguiente división y haz la prueba ($3x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 2$): ($x + 2$)

Solución

-2	+3	+5	-3	0	+2	
	-6	+2	+2	+2	-4	
	+3	-1	-1	+2	-2	resto

Cociente $3x^3 - x^2 - x + 2$

Realizamos la prueba

$3x^3$	$-x^2$	$-x$	$+2$	
		x	$+2$	
$3x^4$	$+6x^3$	$-2x^2$	$-2x$	$+4$
$-x^3$	$-x^2$	$+2x$	$+2$	
$3x^4$	$+5x^3$	$-3x^2$	0	$+4$
			-2	
$3x^4$	$+5x^3$	$-3x^2$	$+2$	

8. Ejercicio polinomios

Realizar la siguiente división $(x^4 - 3x^3 + 5):(x + 2)$

Solución

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & -3 & 0 & 0 & 5 \\
 -2 & & -2 & +10 & -20 & +40 \\
 \hline
 & 1 & -5 & +10 & -20 & +45 \text{ resto}
 \end{array}$$

Cociente $x^3 - 5x^2 + 10x - 20$

4 Teorema del resto

El valor numérico de un polinomio $P(x)$ para un valor de $x=a$ coincide con el resto de la división $P(x):(x-a)$

Ejemplo:

El valor numérico del polinomio $x^4 - 3x^3 + 5$; para $x = -2$

se halla sustituyendo la x por su valor

$$(-2)^4 - 3(-2)^3 + 5 = 16 + 24 + 5 = 45$$

La división del polinomio $(x^4 - 3x^3 + 5):(x + 2)$ dará de resto 45

Aplicamos rufini

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & -3 & 0 & 0 & 5 \\
 -2 & & -2 & +10 & -20 & +40 \\
 \hline
 & 1 & -5 & +10 & -20 & 45 \text{ resto}
 \end{array}$$

9. Ejercicio polinomios

Realizar la siguiente división y comprueba teorema del resto

$$(4x^5 + 3x^4 - 8x^3 - x^2 - 8x + 1):(x + 2)$$

Solución

$$\begin{array}{r|rrrrrrr}
 & 4 & +3 & -8 & -1 & -8 & +1 \\
 -2 & & -8 & +10 & -4 & +10 & -4 \\
 \hline
 & 4 & -5 & +2 & -5 & +2 & -3 \text{ resto}
 \end{array}$$

Cociente $4x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x + 2$

Teorema del resto

$$4x^5 + 3x^4 - 8x^3 - x^2 - 8x + 1 \text{ para } x = -2$$

$$4(-2)^5 + 3(-2)^4 - 8(-2)^3 - (-2)^2 - 8(-2) + 1 =$$

$$-128 + 48 + 64 - 4 + 16 + 1 = -3$$

10. Ejercicio polinomios

Calcula el valor de m para que la división sea exacta

$$(x^5 - 2x^3 - 8x^2 + mx + 2):(x - 2)$$

Solución

Según el teorema del resto el valor del polinomio para $x=2$ debe ser 0

$$2^5 - 2 \cdot 2^3 - 8 \cdot 2^2 + m \cdot 2 + 2 = 0; 32 - 16 - 32 + 2m + 2 = 0;$$

$$-16 + 2 + 2m = 0; 2m = 14; m = 7$$

$$\text{Prueba } (x^5 - 2x^3 - 8x^2 + 7x + 2):(x - 2)$$

2	+1	0	-2	-8	+7	+2	
		+2	+4	+4	-8	-2	
	+1	+2	+2	-4	-1	0 resto	

11. Ejercicio polinomios

Calcula el valor de a para que el valor numérico del polinomio sea 0 para un valor de $x=2$

$$x^3 - 2x^2 + 2x + a$$

Solución

Según el teorema del resto el valor del polinomio para $x=2$ sea 0 debe cumplirse

$$x^3 - 2x^2 + 2x + a$$

$$2^3 - 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + a = 0 \Rightarrow 8 - 8 + 4 + a = 0$$

$$4 + a = 0; a = -4$$

Ejercicio polinomios

Comprueba que se verifica el teorema del resto para $x=3$

$$x^4 - 3x^2 - 8$$

Solución

Según el teorema del resto el valor del polinomio para $x=3$ será

$$x^4 - 3x^2 - 8$$

$$3^4 - 3 \cdot 3^2 - 8 = 81 - 27 - 8 = 46$$

Comprobamos por ruffini

3	+1	0	-3	0	-8	
		+3	+9	+18	+54	
	+1	+3	+6	+18	+46 resto	

12. Ejercicio polinomios

Comprueba que se verifica el teorema del resto para $x = -1$

$$x^3 - 7x^2 + 5x + 8$$

Solución

Según el teorema del resto el valor del polinomio para $x=-1$ será

$$x^3 - 7x^2 + 5x + 8$$

$$(-1)^3 - 7(-1)^2 + 5(-1) + 8 \Rightarrow -1 - 7 - 5 + 8 = -5$$

Comprobamos por ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & +1 & -7 & +5 & +8 \\
 -1 & & -1 & +8 & -13 \\
 \hline
 & 1 & -8 & +13 & -5 \text{ resto}
 \end{array}$$

13. Ejercicio polinomios

Halla un polinomio de segundo grado que sea divisible por $(X - 1)$ y que al dividirlo por $(X+1)$ y $(X-2)$ de de resto respectivamente 10 y 5

Solución

Aplicamos el teorema del resto

El polinomio sería $ax^2 + bx + c$

Para $x = 1$ el resto debería ser 0 $\Rightarrow a1^2 + b1 + c = 0 \Rightarrow a + b + c = 0$

Para $x = -1$ el resto será 10 $\Rightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = 10 \Rightarrow a - b + c = 10$;

Para $x = 2$ el resto será 5 $\Rightarrow a2^2 + b2 + c = 5 \Rightarrow 4a + 2b + c = 5$

Resolvemos las ecuaciones dos a dos

$$1^a \quad a + b + c = 0;$$

$$2^a \quad a - b + c = 10;$$

$$3^a \quad 4a + 2b + c = 5;$$

$$a + b + c = 0;$$

$$a - b + c = 10;$$

$$2a + 0 + 2c = 10;$$

$$a - b + c = 10; \text{ multiplicamos por } 2 \Rightarrow 2a - 2b + 2c = 20;$$

$$4a + 2b + c = 5;$$

$$6a + 0 + 3c = 25;$$

$$2a + 2c = 10;$$

$$6a + 3c = 25;$$

$$\text{Multiplicamos } 2a + 2c = 10; \text{ por } -3 \Rightarrow -6a - 6c = -30;$$

$$6a + 3c = 25;$$

$$0 - 3c = -5; \Rightarrow c = -\frac{5}{-3}; c = \frac{5}{3};$$

Hallamos el resto de valores sustituyendo el valor de c en cualquiera

de las ecuaciones ej.

$$2a + 2c = 10; 2a + 2 \cdot \frac{5}{3} = 10; 2a = 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3}; a = \frac{10}{3}; a = \frac{10}{3};$$

Sustituyo los valores de a y c en cualquiera de las ecuaciones

iniciales $1^a, 2^a$ o 3^a ;

$$a + b + c = 0; \Rightarrow \frac{10}{3} + b + \frac{5}{3} = 0; b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3}; b = -\frac{15}{3}; b = -5$$

$$\text{El polinimio será } ax^2 + bx + c; \frac{10}{3}x^2 - 5x + \frac{5}{3};$$

Prueba

$$x = 1; \frac{10}{3} \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + \frac{5}{3}; \frac{10}{3} - 5 + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} - \frac{15}{3} + \frac{5}{3} = 0;$$

$$x = -1; \frac{10}{3} \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + \frac{5}{3}; \frac{10}{3} + 5 + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} + \frac{15}{3} + \frac{5}{3} = \frac{30}{3} = 10;$$

$$x = 2; \frac{10}{3} * 2^2 - 5 * 2 + \frac{5}{3}; \frac{40}{3} - 10 + \frac{5}{3} = \frac{40}{3} - \frac{30}{3} + \frac{5}{3} = \frac{15}{3} = 5;$$

14. Ejercicio polinomios

Calcula el valor de a, b y c para que se cumpla la igualdad:

$$(ax - 7) * (5x + b) = cx^2 - 7x - 14$$

Solución

Hacemos la multiplicación del primer termino y lo dejamos con la misma estructura del segundo término:

$$5ax^2 - 35x + abx - 7b = 5ax^2 + x(-35 + ab) - 7b;$$

$$\text{Igualamos terminos; } 5ax^2 + x(-35 + ab) - 7b = cx^2 - 7x - 14;$$

Para que la igualdad se cumpla 5a a de ser igual a c; $-35 + ab = -7$; $-7b = -14$;

$$5a = c;$$

$$-35 + ab = -7;$$

$$-7b = -14; \Rightarrow b = 2;$$

$$\text{Sustituyo; } -35 + ab = -7; -35 + 2a = 7; 2a = -7 + 35; a = \frac{28}{2}; a = 14;$$

$$\text{Sustituyo; } 5a = c; 5 * 14 = c; c = 60;$$

15. Ejercicio polinomios

Si en una división de polinomios el grado del dividendo es 6 y el del divisor 3. ¿Cuál será el grado del cociente y del resto?.

Solución

El grado del cociente será 3 y el del resto puede ser 0,1,2 Ej.

Resto grado 0	Resto grado 1	Resto grado 2
$\begin{array}{r} x^6 \quad -2 \quad \quad x^3 \\ -x^6 \quad \quad \quad x^3 \\ \hline 0 \quad -2 \end{array}$	$\begin{array}{r} x^6 + x - 2 \quad \quad x^3 \\ -x^6 \quad \quad \quad x^3 \\ \hline 0 \quad +x - 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} x^6 + x^2 + x - 2 \quad \quad x^3 \\ -x^6 \quad \quad \quad x^3 \\ \hline +0 + x^2 + x - 2 \end{array}$

16. Ejercicio polinomios

Hallar el valor de a y b para que el polinomio $x^4 - ax + b$ sea divisible por

$$x^2 - 4$$

Solución

$$\begin{array}{r} x^4 \quad \quad \quad -ax \quad +b \quad | \quad x^2 - 4 \\ -x^4 \quad +4x^2 \quad \quad \quad x^2 + 4 \\ \hline 0 \quad +4x^2 - ax \quad +b \\ \quad -4x^2 \quad \quad -16 \\ \hline 0 \quad \quad -ax \quad +b - 16 \end{array}$$

Para que sea divisible ha de cumplirse $-ax + b - 16 = 0$; $-ax + b = 16$;

Por otro lado $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$ por lo que el valor numerico del polinomio

$x^4 - ax + b$ sera 0 para $x = 2$ y $x = -2$

$x = 2 \Rightarrow$ teorema del resto $x^4 - ax + b$; $16 - 2a + b = 0$

$x = -2 \Rightarrow$ teorema del resto $x^4 - ax + b$; $(-2)^4 - a(-2) + b = 0$;

$$16 + 2a + b = 0 ;$$

Dos ecuaciones con dos incognitas

$$16 - 2a + b = 0$$

$$16 + 2a + b = 0$$

$$32 - 0 + 2b = 0; 2b = -32; b = -\frac{32}{2}; b = -16;$$

Sutituimos el valor en una ecuacion

$$16 - 2a + b = 0; 16 - 2a - 16 = 0; 16 - 16 = 2a; a = \frac{0}{2}; a = 0$$

17. Ejercicio polinomios

Halla el valor de m para que al dividir $2x^2 - mx + 2$ por $(x - 2)$ dé de resto 4;

Solución

Aplicamos el teorema del resto

Para $x = 2$; sustituyo en $2x^2 - mx + 2 \Rightarrow 2 * 2^2 - m * 2 + 2 = 4$;

$$8 - 2m + 2 = 4; 2m = 8 + 2 - 4; 2m = 6; m = 3;$$

18. Ejercicio polinomios

Halla el valor de m para que $3x^2 + mx + 8$ admita $x = 1$ como una de sus raíces.

Solución

Aplicamos el teorema del resto

Para $x = 1$; sustituyo en $3x^2 + mx + 8 \Rightarrow 3 * 1^2 + m * 1 + 8 = 0$;

$$3 + m + 8 = 0; m = -8 - 3; m = -11;$$

5 Raíces de un polinomio

Un número a se dice que es una raíz de un polinomio $P(X)$ si se cumple que el valor numérico del polinomio $P(x)$ para $x=a$ es 0

Para que un número a sea raíz de un polinomio ha de cumplirse que a sea divisor del término independiente.

El número de raíces de un polinomio es siempre menor o igual que el grado del polinomio

Ejemplo

Las raíces del polinomio $x^3 - 7x^2 + 5x + 13$ pueden ser los divisores de 13 (± 1) (± 13)

Comprobamos con el teorema del resto

Para $x = -1$; $(-1)^3 - 7 * (-1)^2 + 5 * (-1) + 13 = 0$; luego es divisible

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & +5 & +13 \\ -1 & & -1 & +8 & -13 \\ \hline & 1 & -8 & +13 & 0 \text{ resto} \\ \text{Cociente} & x^2 & -8x & +13 & \end{array}$$

Una raíz es $x = -1$; hallamos las raíces del polinomio $x^2 - 8x + 13$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 * 1 * 13}}{2 * 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 52}}{2};$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2}; \text{ las otras raíces son } x = \frac{8 + \sqrt{12}}{2} \text{ y } x = \frac{8 - \sqrt{12}}{2}$$

Las raíces del polinomio son $x = -1$; $x = \frac{8 + \sqrt{12}}{2}$ y $x = \frac{8 - \sqrt{12}}{2}$

19. Ejercicio polinomios

Calcula las raíces del siguiente polinomio $x^3 - 3x^2 + 2$

Solución

Las raíces del polinomio estarán comprendidas entre los divisores de 2 (± 1) (± 2)

Comprobamos con el teorema del resto

Para $x = 1$; $(1)^3 - 3 * (1)^2 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$; luego es divisible

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 0 & +2 \\ 1 & & +1 & -2 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & -2 & 0 \text{ resto} \\ \text{Cociente} & x^2 & -2x & -2 & \end{array}$$

Una raíz es $x = 1$; hallamos las raíces del polinomio $x^2 - 2x - 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 * 1 * (-2)}}{2 * 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2};$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}; \text{ las otras raíces son } x = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} \text{ y } x = \frac{2 - \sqrt{12}}{2};$$

Las raíces del polinomio son $x = 1$; $x = \frac{2 + \sqrt{12}}{2}$ y $x = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$

20. Ejercicio polinomios

Calcula las raíces del siguiente polinomio $x^2 + 2x + 1$

Solución

Calculamos las soluciones de la ecuación de 2º grado

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 * 1 * 1}}{2 * 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2}$$

La raíz es doble $x = -1$

21. Ejercicio polinomios

Calcula las raíces del siguiente polinomio $x^3 - 2x^2 - 5x - 2$

Solución

Las raíces del polinomio pueden ser 2 o 3 y estarán comprendidas entre los divisores de 2, (± 1) (± 2)

Comprobamos con el teorema del resto

Probamos Para $x = -1$; $(-1)^3 - 2(-1)^2 - 5(-1) - 2 = -1 - 2 + 5 - 2 = 0$;

Como es igual a cero $\Rightarrow x = -1$ sera una raíz del polinomio

$x^3 - 2x^2 - 5x - 2$ aplicamos rufini

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -5 & -2 \\ -1 & & -1 & +3 & +2 \\ \hline & 1 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

Cociente $x^2 - 3x - 2$

Buscamos las raíces del polinomio (cociente) $x^2 - 3x - 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 * 1 * (-2)}}{2 * 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \text{ y } x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$$

Las raíces del polinomio seran $x = -1$, $x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$ y $x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$

22. Ejercicio polinomios

Calcula las raíces del siguiente polinomio $x^2 - 5x - 14$

Solución

Buscamos las raíces

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 * 1 * (-14)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 54}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{79}}{2}$$

Las raíces del polinomio $x = \frac{5 + \sqrt{79}}{2}$ y $x = \frac{5 - \sqrt{79}}{2}$

23. Ejercicio polinomios

Hallar un polinomio de cuarto grado que sea divisible por $x^2 - 4$ y se anule para $x = 3$ y $x = 1$.

Solución

Al ser de 4 grado el número máximo de raíces que tendrá serán 4

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Si el polinomio es divisible por $x^2 - 4$; como $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$;

El polinomio será $= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x - 1)$

$$\begin{array}{r}
 x^2 \quad \quad - 4 \\
 \quad \quad x \quad - 3 \\
 \hline
 -3x^2 \quad + 12 \\
 +x^3 \quad \quad - 4x \\
 \hline
 +x^3 \quad -3x^2 - 4x + 12 \\
 +x^3 \quad -3x^2 - 4x + 12 \\
 \hline
 \quad \quad \quad x \quad - 1 \\
 \hline
 -x^3 + 3x^2 + 4x - 12 \\
 +x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x \\
 \hline
 +x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12
 \end{array}$$

El polinomio será $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$

Prueba :

Hacemos la prueba del resto para ver si cumple que son raíces

$$\text{Para } x = 2; 2^4 - 4 * 2^3 - 2^2 + 16 * 2 - 12 = 16 - 32 - 4 + 32 - 12 = 0$$

$$\text{Para } x = -2; (-2)^4 - 4 * (-2)^3 - (-2)^2 + 16 * (-2) - 12 =$$

$$16 + 32 - 4 - 32 - 12 = 0$$

$$\text{Para } x = 3; 3^4 - 4 * 3^3 - 3^2 + 16 * 3 - 12 = 81 - 108 - 9 + 48 - 12 = 0;$$

$$\text{Para } x = 1; 1^4 - 4 * 1^3 - 1^2 + 16 * 1 - 12 = 1 - 4 - 1 + 16 - 12 = 0$$

24. Ejercicio polinomios

Halla el valor de a para que el polinomio $x^3 - ax - 7$, tenga la raíz

$x = -1$ y halla las otras raíces

Solución

Para que $x = 1$ sea una raíz, ha de cumplirse $(-1)^3 - a(-1) - 7 = 0$;

$$-1 + a - 7 = 0; a = 8; \text{El polinomio será } x^3 - 8x - 7$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -8 & -7 & \\
 -1 & & -1 & +1 & +7 \\
 \hline
 & 1 & -1 & -7 & 0
 \end{array}$$

Hallamos las otras raíces del cociente $x^2 - x - 7$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 * 1(-7)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 28}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$$

Las raíces del polinomio $x = \frac{1 + \sqrt{29}}{2}$ y $x = \frac{1 - \sqrt{29}}{2}$

25. Ejercicio polinomios

Hallar el polinomio conociendo sus raíces y el coeficiente del monomio de mayor grado

$x = 1, x = -2$ y el coeficiente $= -4$

Solución:

$$(x - 1)(x + 2)(-4) = (x^2 - x + 2x - 2) * (-4)$$

$$(x^2 + x - 2)(-4) = -4x^2 - 4x + 8$$

Prueba

$$-4x^2 - 4x + 8 = 0;$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 * 8(-4)}}{(-4) * 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 128}}{-8} = \frac{4 \pm \sqrt{144}}{-8}$$

$$= \frac{4 \pm 12}{-8}; x = \frac{16}{-8} = -2; x = \frac{4 \pm 12}{-8} = \frac{-8}{-8} = 1;$$

Las raíces son $x = -2; x = 1;$

26. Ejercicio polinomios

Hallar el polinomio conociendo sus raíces y el coeficiente del monomio de mayor grado

$X=1$ (raíz doble) y coeficiente 2

Solución:

$$(x - 1)(x - 1)(x^2 - x - x + 1) * (2) = (2) * (x^2 - 2x + 1) = 2x^2 - 4x + 2$$

Prueba

$$2x^2 - 4x + 2; x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 * 2 * 2}}{2 * 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{4} = \frac{4 + 0}{4} = 1$$

La raíz es doble $x = 1;$

27. Ejercicio polinomios

Hallar el polinomio conociendo sus raíces y el coeficiente del monomio de mayor grado

$x = -2, x = -3$ y coeficiente -1

Solución:

$$(x + 2)(x + 3)(-1) = (x^2 + 3x + 2x + 6) * (-1) = (-1) * (x^2 + 5x + 6) = -x^2 - 5x - 6$$

Prueba

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 * (-6)(-1)}}{(-1) * 2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{-2}$$

$$= \frac{5 \pm 1}{-2}; x = \frac{6}{-2} = -3; x = \frac{4}{-2} = -2;$$

Las raíces son $x = -3; x = -2;$

6 Factorización

Factorizar un polinomio consiste en hallar los divisores del mismo y expresarlo como producto de polinomios (factores) del menor grado posible.

Ejemplo:

Factorizar el siguiente polinomio:

$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2x - 4$$

Los posibles divisores estaran entre los divisores de 4; $x = (\pm 1), x = (\pm 2)$

$$\text{Probamos con } x = -1 \Rightarrow (-1)^4 - 2(-1)^3 + 3(-1)^2 + 2(-1) - 4 = 1 + 2 + 3 - 2 - 4 = 0$$

Una raíz será $x = -1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -2 & 3 & 2 & -4 \\ & & -1 & +3 & -6 & +4 \\ \hline & 1 & -3 & +6 & -4 & 0 \text{ resto} \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 + 6x - 4$$

$$\text{Probaremos } x = 1; (1)^3 - 3(1)^2 + 6(1) - 4 = 1 - 3 + 6 - 4 = 0$$

Una raíz será $x = 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & 6 & -4 \\ & & +1 & -2 & +4 \\ \hline & 1 & -2 & +4 & 0 \text{ resto} \end{array}$$

$$x^2 - 2x + 4$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4 * 1 * 4}}{1 * 2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

No existen soluciones en los números reales

La factorización será

$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2x - 4 = (x - 1)(x + 1)(x^2 - 2x + 4)$$

28. Ejercicio factorización de polinomios

Factorizar el siguiente polinomio $8x^3 - 4x$

Solución:

El coeficiente del monomio de mayor grado es 8

Sacamos factor comun $4x(2x^2 - 1)$; una raíz es $= 0$; las otras serán

$$2x^2 - 1 = 0; x^2 = \frac{1}{2}; x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Las raíces son } x = 0, x = +\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ y } x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$8x * \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Prueba

$$8x * \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 8x \left(x^2 - \frac{2}{4}\right) = 8x^3 - 4x$$

29. Ejercicio factorización de polinomiosFactoriza el siguiente polinomio $x^3 - 7x^2 + 8x + 16$

Solución

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -7 & +8 & +16 \\
 -1 & & -1 & +8 & -16 \\
 \hline
 & 1 & -8 & +16 & 0 \text{ resto}
 \end{array}$$

Una raíz es $x = -1$

$$x^2 - 8x + 16; x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 * 1(16)}}{2}; x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{8}{2} = 4 \text{ raíz doble}$$

$$(x - 1)(x - 4)(x - 4)$$

30. Ejercicio factorización de polinomios

Factoriza los siguiente polinomio aplicando las identidades notables

a) $x^2 + 2x + 1$;

b) $x^2 + 10x + 25$;

c) $x^2 - 25$;

d) $4x^2 - 16$

e) $x^3 + 9x^2 + 27x - 27$

Solución:

a) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

b) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

c) $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$

d) $4x^2 - 16 = (2x + 4)(2x - 4)$

e) $x^3 + 9x^2 + 27x - 27 = (x - 3)^3$

31. Ejercicio factorización de polinomiosFactorizar el siguiente polinomio $3x^3 - 7x^2 + 12x$

Solución

$$3x^3 - 7x^2 + 12x = x(3x^2 - 7x + 12)$$

$$3x^2 - 7x + 12; x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 * 3(12)}}{2 * 3} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 144}}{6}$$

No hay solución real

$$x(3x^2 - 7x + 12)$$

32. Ejercicio factorización de polinomiosFactorizar el siguiente polinomio $x^4 - 12x^3 + 36x^2$ *Solución*

Sacamos factor común

$$x^2(x^2 - 12x + 36)$$

$$x^2 - 12x + 36; x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1(36)}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} = \frac{12}{2} = 6;$$

Hay una raíz doble $x = 6$

$$x^2(x - 6)(x - 6)$$

33. Ejercicio factorización de polinomios

Factoriza los siguiente polinomio

a) $20x^3 - 60x^2 + 45x$;

b) $27x^3 - 3xy^2$;

c) $3x^3 + 6x^2y + 3y^2x$;

d) $4x^4 - 81x^2y^2$

Solución:

a) $20x^3 - 60x^2 + 45x = 5x(4x^2 - 12x + 9) = 5x(2x - 3)^2$

b) $27x^3 - 3xy^2 = 3x(9x^2 - y^2) = 3x(3x + y)(3x - y)$

c) $3x^3 + 6x^2y + 3y^2x = 3x(x^2 + 2xy + y^2) = 3x(x + y)^2$

d) $4x^4 - 81x^2y^2 = x^2(4x^2 - 81y^2) = x^2(2x - 9y)(2x + 9y)$

34. Ejercicio factorización de polinomios

Factoriza los siguiente polinomio

a) $3x^3 - 12x$;

b) $4x^3 - 24x^2 + 36x$;

c) $45x^2 - 5x^4$;

d) $x^4 + x^2 + 2x^3$;

e) $x^6 - 16x^2$;

f) $16x^4 - 9$

Solución:

a) $3x^3 - 12x = 3x(x^2 - 4) = 3x(x - 2)(x + 2)$;

b) $4x^3 - 24x^2 + 36x = 4x(x^2 - 6x + 9) = 4x(x - 3)^2 = 4x(x - 3)(x - 3)$;

c) $45x^2 - 5x^4 = 5x^2(9 - x^2) = 5x^2(3 - x)^2 = 5x^2(3 - x)(3 - x)$;

d) $x^4 + x^2 + 2x^3 = x^2(x^2 + 1 + 2x) = x^2(x + 1)^2 = x^2(x + 1)(x + 1)$;

e) $x^6 - 16x^2 = x^2(x^4 - 16) = x^2(x^2 + 4)(x^2 - 4) = x^2(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$;

f) $16x^4 - 9 = (4x^2 + 3)(4x^2 - 3) = (4x^2 + 3)(2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})$

35. Ejercicio factorización de polinomios

Escribe un polinomio de grado 2 que tenga por raíces

- a) $7y - 7$; b) 0 y 5 ; c) $-2y - 3$; d) 4 doble

Solución:

a) $7y - 7$; polinomio $(x - 7)(x + 7) = x^2 - 49$

b) 0 y 5 ; polinomio $x(x - 5) = x^2 - 5x$

c) $-2y - 3$; polinomio $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$;

d) 4 doble; Polinomio $(x - 4)(x - 4) = x^2 - 8x + 16$

36. Ejercicio factorización de polinomios

Calcula el valor de m par que el polinomio $x^3 - mx^2 + 5x - 2$; sea divisible por $(x + 1)$

Solución:

Usamos el teorema del resto. Para que sea divisible el valor numérico del polinomio debe ser 0

Para $x = -1$; $(-1)^3 - m(-1)^2 + 5(-1) - 2 = 0$; $-1 - m - 5 - 2 = 0$

$-1 - 5 - 2 = m$; $m = -8$

$x^3 - (-8)x^2 + 5x - 2$; $x^3 + 8x^2 + 5x - 2$;

37. Ejercicio factorización de polinomios

Calcula el valor de m para que el resto de dividir los polinomios

$(x^4 + mx^3 - 7x + 6) : (x - 2)$ sea -8 ;

Solución:

Usamos el teorema del resto. Para que sea divisible el valor numérico del polinomio debe ser -8

Para $x = 2$; $x^4 + mx^3 - 7x + 6$; $2^4 + m2^3 - 7 \cdot 2 + 6 = -8$;

$16 + 8m - 14 + 6 = -8$; $8m = 14 - 6 - 16 - 8$; $m = -\frac{16}{8}$; $m = -2$;

$x^4 - 2x^3 - 7x + 6$

Prueba:

	1	- 2	- 7	+ 6
2		2	0	- 14
	1	0	- 7	- 8

38. Ejercicio factorización de polinomios

Escribe un polinomio que cumpla la condición dada

- a) De segundo grado sin raíces ;
b) Que tenga por raíces -1 , 0 y 3 ;

c) De tercer grado con una raíz triple

Solución: (Las soluciones entre otras podrían ser)

a) De segundo grado sin raíces $x^2 + 8$;

no tiene solución en los números reales pues $x = \pm\sqrt{-8}$

b) Que tenga por raíces $-1, 0$ y 3 ; $x(x+1)(x-3)$; $x * (x^2 + x - 3x - 3)$;

$$x^3 + x^2 - 3x^2 - 3x; x^3 - 2x^2 - 3x;$$

c) De tercer grado con una raíz triple $(x-1)(x-1)(x-1)$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1;$$

39. Ejercicio factorización de polinomios

Halla el valor de m para que el polinomio $P(x) = x^3 - x^2 - x - m$ sea múltiplo de $x^2 - 1$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} x^3 & -x^2 & -x & -m & x^2 - 1 \\ -x^3 & & +x & & x - 1 \\ \hline 0 & -x^2 & 0 & -m & \\ & +x^2 & & -1 & \\ \hline & 0 & & -1 - m & \end{array}$$

como el resto debe ser 0; $-1 - m = 0$; $m = -1$;

40. Ejercicio factorización de polinomios

Halla el valor de m y n para que el polinomio $P(x) = x^3 - mx^2 - nx + 4$ sea divisible por $x - 2$ y $x + 2$. Hallar todas las raíces de $P(x)$

Solución:

Aplicamos el teorema del resto

$$\text{Para } x = 2; 2^3 - m2^2 - n2 + 4 = 0; 8 - 4m - 2n + 4 = 0;$$

$$-4m - 2n + 12 = 0;$$

$$\text{Para } x = -2; (-2)^3 - m(-2)^2 - n(-2) + 4 = 0; -8 - 4m + 2n + 4 = 0;$$

$$-4m + 2n - 4 = 0;$$

Resolvemos las dos ecuaciones:

$$-4m - 2n + 12 = 0;$$

$$-4m + 2n - 4 = 0;$$

$$\begin{array}{r} -8m \quad 0 \quad +8 = 0; 8m = 8; m = 1 \end{array}$$

Sustituimos en cualquiera de las dos ecuaciones el valor de m

$$-4m - 2n + 12 = 0; -4 * 1 - 2n + 12 = 0; -4 - 2n + 12 = 0; -2n + 8 = 0;$$

$$2n = 8; n = 4;$$

Las raíces del polinomio $x^3 - x^2 - 4x + 4$ son:

$$\begin{array}{r|l} 1 & -1 & -4 & 4 \\ -2 & & -2 & +6 & -4 \\ \hline & 1 & -3 & +2 & 0 \Rightarrow \text{resto} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad + 2 \quad - 2 \\ 1 \quad - 1 \quad 0 \Rightarrow \text{resto} \end{array}$$

Las raíces del polinomio son $x = 2$; $x = -2$ y $x = 1$;

41. Ejercicio factorización de polinomios

Factorizar las siguientes expresiones:

- a) $ax - ay + bx - by$;
- b) $2x^2y + y + 2x^2 + 1$;
- c) $3x^2y + xy + 3xy^2 + y^2$;
- d) $2ab^3 - ab + 2b^2 - 1$;

Solución

- a) $ax - ay + bx - by$; $x(a + b) - y(a + b)$; $(x - y)(a + b)$;
- b) $2x^2y + y + 2x^2 + 1$; $2x^2(y + 1) + (y + 1) = (2x^2 + 1)(y + 1)$
- c) $3x^2y + xy + 3xy^2 + y^2$; $y(3x^2 + x + 3xy + y) = y(3x(x + y) + (x + y)) = y(3x + 1)(x + y)$
- d) $2ab^3 - ab + 2b^2 - 1 = 2b^2(ab + 1) - (ab + 1) = (ab + 1)(2b^2 - 1)$

42. Ejercicio factorización de polinomios

Descomponer en factores el siguiente Polinomio $x^4 - 12x^3 + 36x^2$

Solución:

$$x^4 - 12x^3 + 36x^2 = x^2(x^2 - 12x + 36)$$

Una raíz doble es $x = 0$;

$$\text{Las otras son } x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1(36)}}{2} = x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$\text{Las otras dos dobles son } x = \frac{12}{2} = 6;$$

6.1 Fracciones algebraicas

Una fracción algebraica es una división de dos polinomios donde el grado del denominador es distinto del de el numerador.

Dos fracciones algebraicas son equivalentes si se cumple :

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{R(x)}{S(x)} \Rightarrow P(x) \cdot S(x) = Q(x) \cdot R(x)$$

Las operaciones con fracciones algebraicas se realizan de la misma forma que las operaciones con fracciones de números enteros

Simplificar una fracción algebraica es encontrar otra equivalente donde no existan factores comunes entre el numerador y el denominador

43. Ejercicio fracciones algebraicas

Realizar las siguientes operaciones

$$a) \frac{x-2}{x+2} + \frac{2x}{x-2}; \quad b) \frac{2x+1}{x+1} - \frac{x+1}{x};$$

$$c) \frac{x}{x^2+2} * \frac{3x^2}{x-1}; \quad d) \frac{x-1}{x^2-x-2} : \frac{x+1}{x^2-2x};$$

Solución:

$$a) \frac{x-2}{x+2} + \frac{2x}{x-2} = \frac{(x-2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{2x(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2+4-4x+2x^2+2x}{(x+2)(x-2)} =$$

$$\frac{x^2+4-4x+2x^2+4x}{(x+2)(x-2)} = \frac{3x^2+4}{(x+2)(x-2)}$$

$$b) \frac{2x+1}{x+1} - \frac{x+1}{x} = \frac{x(2x+1)}{(x+1)x} - \frac{(x+1)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2x^2+x-(x^2+1+2x)}{(x+1)x}$$

$$\frac{2x^2+x-x^2-1-2x}{(x+1)x} = \frac{x^2-x-1}{(x+1)x}$$

$$c) \frac{x}{x^2+2} * \frac{3x^2}{(x-1)} = \frac{3x^3}{(x^2+2)(x-1)}$$

$$d) \frac{x-1}{x^2-x-2} : \frac{x+1}{x^2-2x} = \frac{(x-1)(x^2-2x)}{(x^2-x-2)(x+1)} = \frac{(x-1)x(x-2)}{(x-2)(x+1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)x}{(x+1)(x+1)}$$

$$(x^2-x-2); x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 * 1(-2)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2};$$

Las raíces son $x = 2$, $y x = -1$;

44. Ejercicio fracciones algebraicas

Realiza las siguientes operaciones

$$a) \frac{x}{3} * \frac{2x+1}{x-1}; \quad b) \frac{2}{x+1} * \frac{x}{x-1};$$

$$c) \frac{2}{x-1} : \frac{x+1}{x}; \quad d) \frac{x}{2x-1} : \frac{x+1}{2x+1}$$

Solución:

$$a) \frac{x}{3} * \frac{2x+1}{x-1} = \frac{x(2x+1)}{3(x-1)} = \frac{2x^2+x}{3x-3};$$

$$b) \frac{2}{x+1} * \frac{x}{x-1} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{x^2-1};$$

$$c) \frac{2}{x-1} : \frac{x+1}{x} = \frac{2 * x}{(x-1) * (x+1)} = \frac{2x}{x^2-1};$$

$$d) \frac{x}{2x-1} : \frac{x+1}{2x+1} = \frac{x(2x+1)}{(2x-1)(x+1)}$$

45. Ejercicio fracciones algebraicas

Por que fraccion algebraica hay que multiplicar $\frac{x^2 - 7}{x + 2}$ para que de $\frac{-x^3 + 7x}{x^2 + 4x + 4}$

Solución

$$\frac{x^2 - 7}{x + 2} * d = \frac{-x^3 + 7x}{x^2 + 4x + 4}; d = \left(\frac{-x^3 + 7x}{x^2 + 4x + 4} \right) : \left(\frac{x^2 - 7}{x + 2} \right)$$

$$d = \frac{(-x^3 + 7x)(x + 2)}{(x^2 + 4x + 4)(x^2 - 7)} = \frac{-x(x^2 - 7)(x + 2)}{(x + 2)^2(x^2 - 7)} = \frac{-x}{x + 2}$$

46. Ejercicio fracciones algebraicas

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas

a) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$; b) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 + x^2}$; c) $\frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{3x^2 - 9x - 6}$; d) $\frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 8x + 7}$

Solución:

a) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x(x - 2)}{(x - 3)(x - 2)} = \frac{x}{(x - 3)}$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 * 1(6)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}; x = 3 \text{ y } x = 2$$

b) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 + x^2} = \frac{(x - 4)(x + 1)}{x^2(x + 1)} = \frac{(x - 4)}{x^2}$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 * 1(-4)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}; x = 4 \text{ y } x = -1$$

c) $\frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{3x^2 - 9x - 6} = \frac{x(x^2 - 3x - 2)}{3(x^2 - 3x - 2)} = \frac{x}{3};$

d) $\frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 8x + 7} = \frac{(x - 7)(x + 6)}{(x - 7)(x - 1)} = \frac{(x + 6)}{(x - 1)}$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 * 1(-42)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{1 \pm 13}{2}; x = 7 \text{ y } x = -6$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 * 1 * 7}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2}; x = 7 \text{ y } x = 1$$

47. Ejercicio fracciones algebraicas

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas

a) $\frac{2x^2y - xy^2}{10x - 5y}$; b) $\frac{3x^2y^2 - 6xy^3}{3x^3y - 6x^2y^2}$; c) $\frac{4a^2b^2 - 2a^2bx}{2abx + 2a^2b + 4b^2}$;

Solución:

a) $\frac{2x^2y - xy^2}{10x - 5y} = \frac{xy(2x - y)}{5(2x - y)} = \frac{xy}{5};$

$$b) \frac{3x^2 y^2 - 6xy^3}{3x^3 y - 6x^2 y^2} = \frac{3xy^2(x-2y)}{3x^2 y(x-2y)} = \frac{y(x-2y)}{x(x-2y)} = \frac{y}{x};$$

$$c) \frac{4a^2 b^2 - 2a^2 bx}{2abx + 2a^2 b + 4b^2} = \frac{2a^2 b(b-x)}{2b(ax + a^2 + 2b)} = \frac{a^2(b-x)}{(ax + a^2 + 2b)};$$

48. Ejercicio fracciones algebraicas

Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas

$$a) \left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x+1} \right) \frac{x}{2}; \quad b) \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x+2} \right) : \frac{x-2}{x};$$

Solución:

$$a) \left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x+1} \right) \frac{x}{2} = \left(\frac{1(x+1)}{x \cdot 1} \right) \frac{x}{2} = \left(\frac{(x+1)x}{x \cdot 2} \right) = \frac{(x+1)}{2};$$

$$b) \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x+2} \right) : \frac{x-2}{x} = \left(\frac{2(x+2)}{x(x+2)} - \frac{2x}{x(x+2)} \right) : \frac{x-2}{x} = \left(\frac{2x+4-2x}{x(x+2)} \right) : \left(\frac{x-2}{x} \right) \\ \left(\frac{4}{x(x+2)} \right) : \left(\frac{x-2}{x} \right) = \frac{4 \cdot x}{x(x+2)(x-2)} = \frac{4}{x^2 - 2^2} = \frac{4}{x^2 - 4}$$

49. Ejercicio fracciones algebraicas

Comprobar si las siguientes fracciones son equivalentes:

$$a) \frac{x-4}{3x-12} y \frac{1}{3}; \quad b) \frac{x^2+x}{2x} y \frac{x}{2}; \quad c) \frac{x+y}{x^2-y^2} y \frac{1}{x-y}; \quad d) \frac{x}{x^2-x} y \frac{2}{2x-2}$$

Solución:

$$a) \frac{x-4}{3x-12} y \frac{1}{3}; \quad (x-4) \cdot 3 = 3x-12; \quad 3x-12 = 3x-12 \text{ Son equivalentes}$$

$$b) \frac{x^2+x}{2x} y \frac{x}{2}; \quad 2(x^2+x) \neq 2x^2; \quad 2x^2+2x \neq 2x^2 \text{ No son equivalentes}$$

$$c) \frac{x+y}{x^2-y^2} y \frac{1}{x-y}; \quad (x+y)(x-y) = x^2 - y^2; \quad x^2 - y^2 = x^2 - y^2; \text{son equivalentes}$$

$$d) \frac{x}{x^2-x} y \frac{2}{2x-2}; \quad x(2x-2) = 2(x^2-x); \quad 2x^2-2x = 2x^2-2x; \text{son equivalentes}$$

50. Ejercicio fracciones algebraicas

$$\text{Simplificar las siguientes fracciones } a) \frac{x^2-9}{(x+3)^2}; \quad b) \frac{x+2}{x^2-4};$$

$$c) \frac{x^2+25-10x}{x^2-25}; \quad d) \frac{x^2+xy}{x^2+2xy+y^2}; \quad e) \frac{x-2}{x^2+x-6}; \quad f) \frac{x^2y+3xy^2}{2xy^2}$$

Solución:

$$a) \frac{x^2 - 9}{(x + 3)^2} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)^2} = \frac{(x - 3)}{(x + 3)}$$

$$b) \frac{x + 2}{x^2 - 4} = \frac{x + 2}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{1}{(x - 2)}$$

$$c) \frac{x^2 + 25 - 10x}{x^2 - 25} = \frac{(x - 5)^2}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{(x - 5)}{(x + 5)}$$

$$d) \frac{x^2 + xy}{x^2 + 2xy + y^2} = \frac{x(x + y)}{(x + y)^2} = \frac{x}{x + y}$$

$$e) \frac{x - 2}{x^2 + x - 6} = \frac{x - 2}{(x - 2)(x + 3)} = \frac{1}{(x + 3)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 * 1(-6)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}; x = 2 \text{ y } x = -3;$$

$$f) \frac{x^2 y + 3x y^2}{2x y^2} = \frac{xy(x + 3y)}{2x y^2} = \frac{(x + 3y)}{2y}$$

51. Ejercicio fracciones algebraicas

Realiza las siguientes operaciones y simplifica

$$a) \frac{1}{x^2 + 2x + 1} + \frac{3}{x^2 - 1} - \frac{4}{x^2 - 2x + 1};$$

$$b) \frac{5}{4x} + \frac{1}{x + 1} - \frac{2x - 3}{x^2 + x} - \frac{3}{4};$$

$$c) \frac{x - 2}{6x + 6} - \frac{x + 3}{2x + 2} + \frac{3 - x}{4x + 4};$$

$$d) \frac{x - 1}{2x + 6} - \frac{8}{-3x - 9} - \frac{1}{3x^2};$$

Solución:

$$a) \frac{1}{x^2 + 2x + 1} + \frac{3}{x^2 - 1} - \frac{4}{x^2 - 2x + 1} = \frac{1}{(x + 1)^2} - \frac{3}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{4}{(x - 1)^2};$$

$$\frac{1(x - 1)^2}{(x + 1)^2 * (x - 1)^2} + \frac{3(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)^2 * (x - 1)^2} - \frac{4(x + 1)^2}{(x + 1)^2 * (x - 1)^2} =$$

$$\frac{(x - 1)^2 + 3(x + 1)(x - 1) - 4(x + 1)^2}{(x + 1)^2 * (x - 1)^2} = \frac{x^2 + 1 - 2x + 3x^2 - 3 - 4x^2 - 4 - 8x}{(x + 1)^2 * (x - 1)^2};$$

$$\frac{x^2 + 1 - 2x + 3x^2 - 3 - 4x^2 - 4 - 8x}{(x + 1)^2 * (x - 1)^2} = \frac{-10x - 2x - 6}{(x + 1)^2 * (x - 1)^2};$$

$$b) \frac{5}{4x} + \frac{1}{x + 1} - \frac{2x - 3}{x^2 + x} - \frac{3}{4} = \frac{5(x + 1)}{4x(x + 1)} + \frac{4x}{4x(x + 1)} - \frac{4(2x - 3)}{4x(x + 1)} - \frac{3x(x + 1)}{4x(x + 1)}$$

$$\frac{5x + 5 + 4x - 8x + 12 - 3x^2 - 3x}{4x(x + 1)} = \frac{-3x^2 - 2x + 17}{4x(x + 1)}$$

$$c) \frac{x - 2}{6x + 6} - \frac{x + 3}{2x + 2} + \frac{3 - x}{4x + 4} = \frac{x - 2}{6(x + 1)} - \frac{x + 3}{2(x + 1)} + \frac{3 - x}{4(x + 1)}$$

$$\frac{2(x - 2)}{12(x + 1)} - \frac{6(x + 3)}{12(x + 1)} + \frac{3(3 - x)}{12(x + 1)} = \frac{2x - 4 - 6x - 18 + 9 - 3x}{12(x + 1)} =$$

$$\frac{-7x - 13}{12(x + 1)}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad & \frac{x-1}{2x+6} + \frac{8}{-3x-9} - \frac{1}{3x^2} = \frac{x-1}{2(x+3)} - \frac{8}{3(x+3)} - \frac{1}{3x^2}; \\
 & \frac{(x-1)3x^2}{6(x+3)x^2} - \frac{8 \cdot 2x^2}{6(x+3)x^2} - \frac{2(x+3)}{6(x+3)x^2} = \frac{(x-1)3x^2 - 16x^2 - 2x - 6}{6(x+3)x^2}; \\
 & \frac{3x^3 - 3x^2 - 16x^2 - 2x - 6}{6(x+3)x^2} = \frac{3x^3 - 19x^2 - 2x - 6}{6x^2(x+3)}
 \end{aligned}$$

52. Ejercicio fracciones algebraicas

Realizar las siguientes operaciones y simplificar

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x-3}{x^2-4} \right) * \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2}; \\
 b) \quad & \left(\frac{6}{1-x} - \frac{5x}{x-1} \right) : \frac{x^2-1}{2} + \frac{3}{x}; \\
 c) \quad & \left(x+1 + \frac{x^2}{1-x} \right) : \left(1 - \frac{x}{x+1} * \frac{x+1}{x^3} \right) + \frac{4}{x^2-1} \\
 d) \quad & \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} \right) * \left(\frac{x-1}{x} - \frac{x-2}{2x} \right) - \frac{1}{x^2-1};
 \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x-3}{x^2-4} \right) * \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2} = \left(\frac{1}{(x-2)} - \frac{x-3}{(x-2)(x+2)} \right) * \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2} = \\
 & \left(\frac{(x+2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{x-3}{(x-2)(x+2)} \right) * \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2} = \left(\frac{x+2-x+3}{(x-2)(x+2)} \right) * \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2} = \\
 & \left(\frac{5}{(x-2)(x+2)} \right) * \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2} = \left(\frac{5(x+2)}{(x-2)(x+2)x} \right) - \frac{x}{2} = \left(\frac{5}{(x-2)x} \right) - \frac{x}{2} = \\
 & \left(\frac{5 \cdot 2}{2(x-2)x} \right) - \frac{x((x-2)x)}{2(x-2)x} = \frac{10 - x^3 + 2x^2}{2x^2 - 4x} \\
 b) \quad & \left(\frac{6}{1-x} - \frac{5x}{x-1} \right) : \frac{x^2-1}{2} + \frac{3}{x} = \left(\frac{6}{1-x} + \frac{5x}{1-x} \right) : \frac{x^2-1}{2} + \frac{3}{x} = \\
 & = \left(\frac{6+5x}{1-x} \right) : \frac{x^2-1}{2} + \frac{3}{x} = \frac{2(6+5x)}{(1-x)(x^2-1)} + \frac{3}{x} = \frac{(12+10x)x}{(1-x)(x^2-1)x} + \frac{3(1-x)(x^2-1)}{(1-x)(x^2-1)x} \\
 & = \frac{(12+10x)x + 3(1-x)(x^2-1)}{(1-x)(x^2-1)x} = \frac{12x + 10x^2 + 3(1-x)(x^2-1)}{(1-x)(x^2-1)x} \\
 c) \quad & \left(x+1 + \frac{x^2}{1-x} \right) : \left(1 - \frac{x}{x+1} * \frac{x+1}{x^3} \right) + \frac{4}{x^2-1} = \\
 & \left(\frac{x(1-x) + 1(1-x) + x^2}{1-x} \right) : \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) + \frac{4}{x^2-1} = \\
 & \left(\frac{x(1-x) + 1(1-x) + x^2}{1-x} \right) : \left(\frac{x^2-1}{x^2} \right) + \frac{4}{x^2-1} = \\
 & = \left(\frac{(x(1-x) + 1(1-x) + x^2)x^2}{(1-x)(x^2-1)} \right) + \frac{4}{x^2-1} = \\
 & = \left(\frac{(x(1-x) + 1(1-x) + x^2)x^2}{(1-x)(x^2-1)} \right) + \frac{4(1-x)}{(1-x)(x^2-1)}
 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x^3 - x^4 + x^2 - x^3 + x^4 + 4 - 4x}{(1-x)(x^2-1)} \right) = \frac{x^2 - 4x + 4}{(1-x)(x^2-1)}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} \right) * \left(\frac{x-1}{x} - \frac{x-2}{2x} \right) - \frac{1}{x^2-1} = \left(\frac{3}{3x} + \frac{1}{3x} \right) * \left(\frac{2(x-1)}{2x} - \frac{x-2}{2x} \right) - \frac{1}{x^2-1} = \\ & \left(\frac{3+1}{3x} \right) * \left(\frac{2x-2-x+2}{2x} \right) - \frac{1}{x^2-1} = \left(\frac{4}{3x} \right) * \left(\frac{x}{2x} \right) - \frac{1}{x^2-1} = \left(\frac{4x}{6x^2} \right) - \frac{1}{x^2-1} = \\ & \frac{4x}{6x^2} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{4x(x^2-1)}{6x^2(x^2-1)} - \frac{1 * 6x^2}{6x^2(x^2-1)} = \frac{4x^3 - 4x - 6x^2}{6x^4 - 6x^2} = \frac{2x(2x^2 - 3x - 2)}{2x(3x^3 - 3x)} = \\ & = \frac{2x^2 - 3x - 2}{3x^3 - 3x} \end{aligned}$$

53. Ejercicio fracciones algebraicas

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\text{a) } \frac{x+1}{x^2-1}; \text{ b) } \frac{x^2-4}{x^2-4x+4}; \text{ c) } \frac{x^2-x}{x^3-x^2}; \text{ d) } \frac{x^4+x^3+x^2}{3x^2+3x+3}; \text{ e) } \frac{x^3-12x+16}{x^3-10x^2+32x-32};$$

Solución:

$$\text{a) } \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{(x-1)};$$

$$\text{b) } \frac{x^2-4}{x^2-4x+4} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{(x+2)}{(x-2)};$$

$$\text{c) } \frac{x^2-x}{x^3-x^2} = \frac{x(x-1)}{x^2(x-1)} = \frac{1}{x};$$

$$\text{d) } \frac{x^4+x^3+x^2}{3x^2+3x+3} = \frac{x^2(x^2+x+1)}{3(x^2+x+1)} = \frac{x^2}{3};$$

$$\text{e) } \frac{x^3-12x+16}{x^3-10x^2+32x-32} = \frac{(x-2)(x+4)(x-2)}{(x-2)(x-4)(x-4)} = \frac{(x+4)(x-2)}{(x-4)(x-4)}$$

Factorizamos cada uno de los polinomios

$$x^3 - 12x + 16;$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -12 & 16 & \\ 2 & & 2 & 4 & -16 \\ \hline & 1 & 2 & -8 & 0 \Rightarrow (x^2-2x-8) \\ -4 & & -4 & +8 & \\ \hline & 1 & -2 & 0 & \text{resto } (x-2) \end{array}$$

$$x^3 - 10x^2 + 32x - 32$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -10 & 32 & -32 & \\ 2 & & 2 & -16 & +32 & \\ \hline & 1 & -8 & 16 & 0 \Rightarrow (x^2-8x+16) \\ 4 & & 4 & -16 & \\ \hline & 1 & -4 & 0 & \Rightarrow (x-4) \end{array}$$

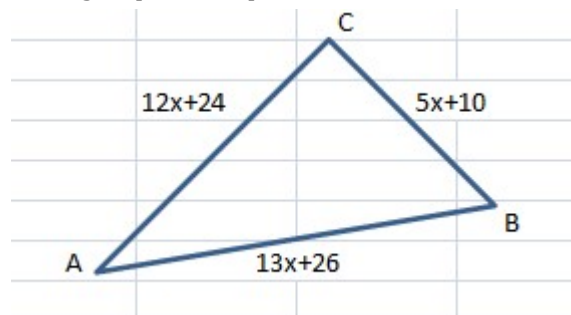
54. Ejercicio fracciones algebraicas

Demuestra que el triangulo ABC es rectángulo para cualquier valor de x

Solución:

Si es un triangulo rectángulo ha de cumplirse el teorema de pitágoras

$$a^2 + b^2 = c^2;$$



$$(13x + 26)^2 = (12x + 24)^2 + (5x + 10)^2$$

$$169x^2 + 676 + 676x = 144x^2 + 576 + 576x + 25x^2 + 100 + 100x$$

$$169x^2 + 676 + 676x = 169x^2 + 676 + 676x, \text{ Se cumple para cualquier valor de } x$$

Angel Hernández de Castro