

POTENCIAS Y RADICALES

INDICE

Contenido

1	POTENCIAS	2
1.1	OPERACIONES CON POTENCIAS.....	2
1.2	IDENTIDADES NOTABLES (POTENCIAS DE BINOMIOS)	4
2	RAICES	5
2.1	RELACIÓN ENTRE POTENCIAS Y RAÍCES	5
3	RACIONALIZACIÓN.....	7
3.1	DENOMINADOR CON UN RADICAL.....	7
3.2	EL DENOMINADOR ES UN BINOMIO.....	8

1 Potencias

Se llama potencia a una expresión de la forma a^n , donde a es la base y n es el exponente
 a^n es igual al producto de la base tantas veces como indique el exponente

$$a^n = a * a * a * a * a \dots * a;$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a} * \frac{1}{a} * \frac{1}{a} * \frac{1}{a} * \frac{1}{a} \dots * \frac{1}{a} = \frac{1}{a * a * a * a \dots a};$$

Para cualquier valor de a distinto de 0 se cumple

$$a^0 = 1; \quad a^1 = a; \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

1.1 Operaciones con potencias

Productos de Potencias de la misma base: Se deja la base y se suman los exponentes

$$a^n * a^m = a^{n+m}$$

Cocientes de Potencias de la misma base: Se deja la base y se restan los exponentes

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$\text{Potencia de un producto: } (a * b)^n = a^n * b^n$$

$$\text{Potencia de un cociente: } (a : b)^n = a^n : b^n$$

$$\text{Potencia de una Potencia: } (a^n)^m = a^{n*m}$$

$$\text{Potencia de exponente negativo: } a^{-n} = 1/a^n$$

$$\text{Potencia negativa de un numero fraccionario: } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Multiplicación de potencias con distinta base y el mismo exponente:

$$a^n * b^n = (a * b)^n$$

Division de potencias con distinta base y el mismo exponente:

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

1. Ejercicio potencias

Resuelve las siguientes operaciones y simplifica el resultado

$$\text{a) } 4^5 * 2^3; \text{ b) } 4^{-5} * 2^3; \text{ c) } 4^5 : 2^3; \text{ d) } 4^{-5} : 2^3; \text{ e) } 4^5 : 2^{-3}; \text{ f) } (2^{-3})^5$$

Solución:

$$\text{a) } 4^5 * 2^3 = (2^2)^5 * 2^3 = 2^{10} * 2^3 = 2^{13};$$

$$\text{b) } 4^{-5} * 2^3 = (2^2)^{-5} * 2^3 = 2^{-10} * 2^3 = \frac{1}{2^{10}} * 2^3 = \frac{2^3}{2^{10}} = 2^{-7};$$

$$\text{c) } 4^5 : 2^3 = (2^2)^5 : 2^3 = \frac{2^{10}}{2^3} = 2^7;$$

$$\text{d) } 4^{-5} : 2^3 = (2^2)^{-5} : 2^3 = 2^{-10} : 2^3 = 2^{-10-3} = 2^{-13};$$

$$\text{e) } 4^5 : 2^{-3} = (2^2)^5 : 2^{-3} = 2^{10} : 2^{-3} = 2^{10-(-3)} = 2^{10+3} = 2^{13};$$

$$\text{f) } (2^{-3})^5 = 2^{-15};$$

2. Ejercicio potencias

Resuelve las siguientes operaciones y simplifica el resultado

a) $5^{\frac{2}{3}} * 5^{\frac{3}{2}}$; b) $5^4 * 5^{\frac{3}{2}}$; c) $5^{\frac{2}{3}} : 5^{\frac{3}{2}}$; d) $5^{-\frac{2}{3}} * 5^{\frac{3}{2}}$ e) $[5^{\frac{2}{3}}]^5$;

Solución:

$$a) 5^{\frac{2}{3}} * 5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}} = 5^{\frac{4+9}{6}} = 5^{\frac{13}{6}};$$

$$b) 5^4 * 5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{8+3}{2}} = 5^{\frac{11}{2}};$$

$$c) 5^{\frac{2}{3}} : 5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}} = 5^{\frac{4-9}{6}} = 5^{-\frac{5}{6}};$$

$$d) 5^{-\frac{2}{3}} * 5^{\frac{3}{2}} = 5^{-\frac{2}{3} + \frac{3}{2}} = 5^{-\frac{4+9}{6}} = 5^{-\frac{13}{6}};$$

$$e) [5^{\frac{2}{3}}]^5 = 5^{\frac{2}{3} * 5} = 5^{\frac{10}{3}};$$

3. Ejercicio potencias

Resuelve las siguientes operaciones y simplifica el resultado

$$\left[\left(\frac{3}{2} \right)^{-4} * \left(\frac{2}{3} \right)^3 * \left(\frac{2}{3} \right)^6 \right]^{-1}$$

Solución

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{-4} * \left(\frac{2}{3} \right)^3 * \left(\frac{2}{3} \right)^6 \right]^{-1} &= \left[\left(\frac{2}{3} \right)^4 * \left(\frac{2}{3} \right)^3 * \left(\frac{2}{3} \right)^6 \right]^{-1} = \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{4+3+6} \right]^{-1} = \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{13} \right]^{-1} = \\ &= \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{13} \right] = \left(\frac{3}{2} \right)^{13} \end{aligned}$$

4. Ejercicio potencias

Resuelve las siguientes operaciones y simplifica el resultado

$$\left[\left(\frac{-1}{4} \right)^{-3} : 4^2 : \left(\frac{1}{4} \right)^{-4} \right]^{-2}$$

Solución

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{-1}{4} \right)^{-3} : 4^2 : \left(\frac{1}{4} \right)^{-4} \right]^{-2} &= \left[\left(\frac{4}{-1} \right)^3 : 4^2 : \left(\frac{4}{1} \right)^4 \right]^{-2} = [(-4)^3 : 4^2 : 4^4]^{-2} = \\ &= [(-1)^3 * (4)^3 : 4^2 : 4^4]^{-2} = [(-1) * (4)^{3-2-4}]^{-2} = \\ &= [(-1) * (4)^{-3}]^{-2} = [(-1)^{-2} * (4)^6] = 1 * (4)^6 = 4^6 \end{aligned}$$

1.2 Identidades notables (potencias de binomios)

Cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primero mas el cuadrado del segundo mas el doble producto del primero por el segundo

$$(a + b)^2 = (a + b) * (a + b) = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline ab + b^2 \\ a^2 + ab \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

Cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del primero mas el cuadrado del segundo menos el doble producto del primero por el segundo

$$(a - b)^2 = (a - b) * (a - b) = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\begin{array}{r} a - b \\ a - b \\ \hline -ab + b^2 \\ a^2 - ab \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

Producto de una suma por una diferencia igual a la diferencia de los cuadrados

$$(a + b) * (a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ a - b \\ \hline -ab - b^2 \\ a^2 + ab \\ \hline a^2 \quad 0 - b^2 \end{array}$$

Triangulo de Tartaglia

El triangulo de tartaglia nos permite hallar las distintas potencias de un binomio sin necesidad de hacer la operación matemática

TRIÁNGULO DE TARTAGLIA	TRIÁNGULO DE TARTAGLIA
	1 $1 \quad 2 \quad 1 \quad \Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \quad \Rightarrow (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad \Rightarrow (a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 3ab^3 + b^4$

2 Raíces

Se llama raíz a una expresión del tipo $\sqrt[n]{a} = b$ donde se cumple que $a = b^n$

$$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ pues } 2^3 = 8$$

Enunciado	operaciones
Suma y resta de radicales	$2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} = (2+1)\sqrt[3]{3}$
Producto de raíces que tienen el mismo índice	$\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b}$
División de raíces que tienen el mismo índice	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
Potencia de una raíz	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
Raíz de una raíz	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n*m]{a}$

2.1 Relación entre potencias y raíces

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}; (\sqrt[m]{a^n})^m = \left(a^{\frac{n}{m}}\right)^m = a^{\frac{n*m}{m}} = a^n$$

Ejemplo

$$\sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{5^3} = 5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{2}{2}} * 5^{\frac{1}{2}} = 5 * 5^{\frac{1}{2}}$$

5. Ejercicio potencias

Cambio de raíces a potencias y biceversa

$$\text{a) } \sqrt[3]{7} ; \text{ b) } \sqrt[5]{2^3} ; \text{ c) } \sqrt[6]{5^{12}} ; \text{ d) } 3^{\frac{2}{5}} ; \text{ e) } 2^{\frac{10}{15}} ; \text{ f) } 2^{\frac{7}{45}}$$

Solución

$$\text{a) } \sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{b) } \sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}}$$

$$\text{c) } \sqrt[6]{5^{12}} = 5^{\frac{12}{6}} = 5^2;$$

$$\text{d) } 3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$$

$$\text{e) } 2^{\frac{10}{15}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2};$$

$$\text{f) } 2^{\frac{7}{45}} = \sqrt[45]{2^7};$$

6. Ejercicio potencias y raíces

Expresa en forma exponencial

$$\text{a) } \sqrt[5]{x^2} ; \text{ b) } \left(\sqrt[5]{x^2}\right)^3 ; \text{ c) } \sqrt{\frac{x^{10}}{x^5}} ; \text{ d) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} ; \text{ e) } \sqrt{\sqrt[4]{2^2}} ;$$

Solución:

$$\text{a) } \sqrt[5]{x^2} = x^{\frac{2}{5}};$$

$$\text{b) } \left(\sqrt[5]{x^2}\right)^3 = \left(x^{\frac{2}{5}}\right)^3 = x^{\frac{6}{5}};$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{x^{10}}{x^5}} = \sqrt{x^2} = x^{\frac{2}{2}} = x;$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[12]{a} = x^{\frac{1}{12}};$$

$$\text{e) } \sqrt{\sqrt[4]{2^2}} = \sqrt[8]{2^2} = x^{\frac{2}{8}} = x^{\frac{1}{4}};$$

7. Ejercicio potencias y raíces

Expresa en forma exponencial

$$\text{a) } \sqrt{2} * \sqrt[3]{4} ; \text{ b) } \sqrt{3} * \sqrt[4]{9} ; \text{ c) } 3 \sqrt[3]{9} ; \text{ d) } \sqrt[3]{12} * \sqrt[3]{6} ; \text{ e) } \sqrt[3]{25} : \sqrt[3]{5} ;$$

Solución:

$$\text{a) } \sqrt{2} * \sqrt[3]{4} = 2^{\frac{1}{2}} * 4^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2}} * 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}} = 2^{\frac{3+4}{6}} = 2^{\frac{7}{6}};$$

$$\text{b) } \sqrt{3} * \sqrt[4]{9} = 3^{\frac{1}{2}} * 9^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2} + \frac{2}{4}} = 3^{\frac{1+1}{2}} = 3;$$

$$\text{c) } 3 \sqrt[3]{9} = 3 \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{3^2 * 3^3} = \sqrt[3]{3^5} = 3^{\frac{5}{3}};$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{12} * \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{2^2 * 3} * \sqrt[3]{2 * 3} = \sqrt[3]{2^2 * 3 * 2 * 3} = \sqrt[3]{2^3 * 3^2} = 2 \sqrt[3]{3^2} = 2 * 3^{\frac{2}{3}};$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{25} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^2} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^2 : 5} = \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}};$$

3 Racionalización

Racionalizar consiste en transformar fracciones que tengan radicales en el denominador en otras equivalentes que no los tengan

3.1 Denominador con un radical

$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$ para poder quitar el radical del denominador, multiplicamos numerador y denominador por $\sqrt[n]{b^{n-m}}$

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a * \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^m} * \sqrt[n]{b^{n-m}}} = \frac{a * \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^m * b^{n-m}}} = \frac{a * \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^{m+n-m}}} = \frac{a * \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^n}} = \frac{a * \sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$$

8. Ejercicio con radicales

Racionaliza y simplifica si es posible

a) $\frac{3}{\sqrt{3}}$; b) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$; c) $\frac{3}{\sqrt{15}}$; d) $\frac{3}{2\sqrt{9}}$; e) $\frac{5}{2\sqrt{5}}$;

Solución

a) $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 * \sqrt{3}}{\sqrt{3} * \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$;

b) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3 * \sqrt{3} * \sqrt{2}}{\sqrt{2} * \sqrt{2}} = \frac{3 * \sqrt{3 * 2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$;

c) $\frac{3}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{15} * \sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{5}$;

d) $\frac{3}{2\sqrt{9}} = \frac{3\sqrt{9}}{2\sqrt{9} * \sqrt{9}} = \frac{3\sqrt{9}}{2\sqrt{9^2}} = \frac{3\sqrt{9}}{2 * 9} = \frac{\sqrt{9}}{2 * 3} = \frac{\sqrt{9}}{6}$;

e) $\frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5 * \sqrt{5}}{2\sqrt{5} * \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5^2}} = \frac{5\sqrt{5}}{2 * 5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$;

9. Ejercicio radicales

Racionaliza y simplifica si es posible

a) $\frac{7}{\sqrt{3}}$; b) $\frac{3}{5\sqrt{2}}$; c) $\frac{3}{\sqrt[5]{2^2}}$; d) $\frac{2}{\sqrt[3]{25}}$;

Solución

a) $\frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$;

b) $\frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{5 * \sqrt{2^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{5 * 2} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$;

$$c) \frac{3}{\sqrt[5]{2^2}} = \frac{3 * \sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^2} * \sqrt[5]{2^3}} = \frac{3 * \sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{3 * \sqrt[5]{2^3}}{2};$$

3.2 El denominador es un binomio

Si el denominador es un binomio, para resolverlo nos apoyamos es una identidad notable

$$(a + b) * (a - b) = a^2 - b^2$$

10. Ejercicio racionalizar

$$a) \frac{2}{3 - \sqrt{5}}; b) \frac{\sqrt[3]{2}}{3 + \sqrt{6}}; c) \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}; d) \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}};$$

Solución:

$$a) \frac{2}{3 - \sqrt{5}} = \frac{2 * (3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5}) * (3 + \sqrt{5})} = \frac{2 * (3 + \sqrt{5})}{3^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2 * (3 + \sqrt{5})}{9 - 5} = \frac{2 * (3 + \sqrt{5})}{4} = \frac{(3 + \sqrt{5})}{2};$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{2}}{3 + \sqrt{6}} = \frac{\sqrt[3]{2} * (3 - \sqrt{6})}{(3 + \sqrt{6}) * (3 - \sqrt{6})} = \frac{\sqrt[3]{2} * (3 - \sqrt{6})}{3^2 - (\sqrt{6})^2} = \frac{\sqrt[3]{2} * (3 - \sqrt{6})}{9 - 6} = \frac{\sqrt[3]{2} * (3 - \sqrt{6})}{3};$$

$$= \frac{\sqrt[3]{2} * (3 - \sqrt{6})}{3}$$

$$c) \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{4 * (\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{5}) * (\sqrt{3} - \sqrt{5})} = \frac{4 * (\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{4 * (\sqrt{3} - \sqrt{5})}{3 - 5} = \frac{4 * (\sqrt{3} - \sqrt{5})}{-2} = -2 * (\sqrt{3} - \sqrt{5});$$

$$d) \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{2 * (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) * (\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{2 * (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2 * (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = 2 * (\sqrt{3} + \sqrt{2});$$

11. Ejercicio racionalizar

Racionalizar y simplificar

$$\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}};$$

Solución

$$\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \frac{(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) * (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) * (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})} = \frac{(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2}{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2} =$$

$$\frac{(3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 2(3\sqrt{2}) * (2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \frac{9 * 2 + 4 * 3 + 12\sqrt{6}}{9 * 2 - 4 * 3} =$$

$$\frac{18 + 12 + 12\sqrt{6}}{18 - 12} = \frac{30 + 12\sqrt{6}}{6} = 5 + 2\sqrt{6};$$

12. Ejercicio racionalizar

Racionalizar y simplificar

a) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$; b) $\frac{2}{1 + \sqrt{2}}$; c) $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$; d) $\frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$;

Solución

$$\text{a) } \frac{1 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{3}) * (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3}) * (2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + 2\sqrt{3} + 1\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{(2^2 - 3)} = \frac{2 + 2\sqrt{3} + 1\sqrt{3} + 3}{4 - 3} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{1} = 5 + 3\sqrt{3}$$

$$\text{b) } \frac{2}{1 + \sqrt{2}} = \frac{2 * (1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2}) * (1 - \sqrt{2})} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{(1 - 2)} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{-1} = -2 + 2\sqrt{2};$$

$$\text{c) } \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{3}) * (1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3}) * (1 + \sqrt{3})} = \frac{(1^2 + \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3})}{(1 - 3)} = \frac{1 + 3 + 2\sqrt{3}}{-2} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} = -2 - \sqrt{3};$$

$$\text{d) } \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})} - \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{3(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - 3(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{-1} = \frac{6\sqrt{3}}{-1} = -6\sqrt{3}$$

13. Ejercicio potencias

Simplifica y expresa el resultado en forma de potencia

$$\frac{3^6 * 2^5 * 5^2}{9^3 * 4^3 * 5}$$

Solución

$$\frac{3^6 * 2^5 * 5^2}{9^3 * 4^3 * 5} = \frac{3^6 * 2^5 * 5^2}{(3 * 3)^3 * (2 * 2)^3 * 5} = \frac{3^6 * 2^5 * 5^2}{3^6 * 2^6 * 5} = \frac{3^6}{3^6} * \frac{2^5}{2^6} * \frac{5^2}{5} = 1 * \frac{1}{2} * 5 = \frac{5}{2}$$

14. Ejercicio potencias

Simplifica y expresa el resultado en forma de potencia

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4 * \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}}{2^8 * 3^{-6}};$$

Solución

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4 * \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}}{2^8 * 3^{-6}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4 * \left(\frac{2}{3}\right)^3}{2^8 * 3^{-6}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{4+3}}{2^8 * 3^{-6}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^7 3^6}{2^8} = \frac{\frac{2^7}{3^7} * 3^6}{2^8} = \frac{2^7 * 3^6}{3^7 * 2^8}$$

$$= 2^{7-8} * 3^{6-7} = 2^{-1} * 3^{-1} = \frac{1}{2 * 3} = \frac{1}{6};$$

15. Ejercicio potencias

Calcula y simplifica

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{7} + 11\sqrt{2}$$

Solución

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{7} + 11\sqrt{2} = (5 + 11)\sqrt{2} + 3\sqrt{7} = 16\sqrt{2} + 3\sqrt{7}$$

16. Ejercicio potencias

Calcula y simplifica

$$\sqrt{20} + \sqrt{196} - \sqrt{25} - \sqrt{36} + \sqrt{45}$$

Solución

$$\sqrt{20} + \sqrt{196} - \sqrt{25} - \sqrt{36} + \sqrt{45} = \sqrt{5 * 4} + 14 - 5 - 6 + \sqrt{9 * 5}$$

$$2\sqrt{5} + 3 + 3\sqrt{5} = 3 + (2 + 3)\sqrt{5} = 3 + 5\sqrt{5}$$

17. Ejercicio potencias

Calcula el valor de los siguientes radicales

$$\text{a) } \sqrt[3]{-27}; \text{ b) } \sqrt[3]{64}; \text{ c) } \sqrt[3]{343} \text{ d) } \sqrt[4]{14641};$$

Solución

$$\text{a) } \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{-3^3} = -3$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4;$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = 7;$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{14641} = \sqrt[4]{11^4} = 11$$

18. Ejercicio potencias

Calcula y simplifica :

$$\text{a) } \sqrt[4]{2^8}; \text{ b) } \sqrt[3]{1000};$$

Solución

$$\text{a) } \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[4]{2^4 * 2^4} = 2 * 2 = 4$$

Otra forma es pasarlo a forma de potencia

$$\sqrt[4]{2^8} = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4;$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10;$$

19. Ejercicio radicales

Pasa las siguientes potencias a radicales y simplifica :

a) $8^{\frac{2}{3}}$; b) $625^{\frac{3}{4}}$; c) $64^{\frac{5}{6}}$ d) $16^{\frac{3}{2}}$;

Solución:

a) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{2^{3 \cdot 2}} = \sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$;

b) $625^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{625^3} = \sqrt[4]{(5^4)^3} = \sqrt[4]{5^{12}} = 5^{\frac{12}{4}} = 5^3 = 125$;

c) $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{64^5} = \sqrt[6]{(2^6)^5} = \sqrt[6]{2^{30}} = 2^{\frac{30}{6}} = 2^5 = 32$;

d) $16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{16^3} = \sqrt{(2^4)^3} = \sqrt{2^{12}} = 2^{\frac{12}{2}} = 2^6 = 64$;

20. Ejercicio radicales

Simplifica los siguientes radicales

a) $\sqrt[4]{3^2}$ b) $\sqrt[12]{x^8}$; c) $\sqrt[5]{3^{15}}$; d) $\sqrt[8]{a^2b^4}$; e) $\sqrt[4]{a^6}$; f) $\sqrt[3]{a^6b^9}$;

Solución

a) $\sqrt[4]{3^2} = 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$;

b) $\sqrt[12]{x^8} = x^{\frac{8}{12}} = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$;

c) $\sqrt[5]{3^{15}} = 3^{\frac{15}{5}} = 3^3$

d) $\sqrt[8]{a^2b^4} = a^{\frac{2}{8}} * b^{\frac{4}{8}} = a^{\frac{1}{4}} * b^{\frac{1}{2}}$ (ponemos común) $a^{\frac{1}{4}} * b^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{a * b^2}$;

e) $\sqrt[4]{a^6} = \sqrt[8]{a^6} = \sqrt[4]{a^3}$;

f) $\sqrt[3]{a^6b^9} = \sqrt[3]{(a^2b^3)^3} = a^2b^3$;

21. Ejercicio radicales

Extraer del radical todos los factores posibles

a) $\sqrt{27}$; b) $\sqrt{50}$; c) $\sqrt{12}$; d) $\sqrt[3]{72}$; e) $\sqrt[4]{255}$; f) $\sqrt[3]{135}$;

Solución

a) $\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}$;

b) $\sqrt{50} = \sqrt{2 * 5^2} = 5\sqrt{2}$;

c) $\sqrt{12} = \sqrt{3 * 2^2} = 2\sqrt{3}$;

d) $\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{2^3 * 3^2} = 2\sqrt[3]{3^2}$;

e) $\sqrt[4]{3750} = \sqrt[4]{3^2 * 5^4} = 5\sqrt[4]{3^2}$

$$f) \sqrt[3]{135} = \sqrt[3]{3^3 * 5} = 3\sqrt[3]{5};$$

22. Ejercicio radicales

Extraer del radical todos los factores posibles

$$a) \sqrt[3]{8a^4}; b) \sqrt[3]{9a^4b^2}; c) \sqrt{\frac{12}{b^2}}; d) \sqrt[3]{\frac{162}{75}}; e) \sqrt[4]{16a^5}; f) \sqrt[4]{\frac{64}{b^2}};$$

Solución

$$a) \sqrt[3]{8a^4} = \sqrt[3]{2^3a^4} = 2a\sqrt[3]{a}$$

$$b) \sqrt[3]{9a^4b^2} = \sqrt[3]{3^2a^4b^2} = a\sqrt[3]{3^2ab^2};$$

$$c) \sqrt{\frac{12}{b^2}} = \sqrt{\frac{2^2 * 3}{b^2}} = 2 * \frac{1}{b}\sqrt{3} = \frac{2}{b}\sqrt{3};$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{162}{75}} = \sqrt[3]{\frac{2 * 3^4}{5^3}} = \frac{3}{5} * \sqrt[3]{2 * 3};$$

$$e) \sqrt[4]{16a^5} = \sqrt[4]{2^4a^5} = 2 * a * \sqrt[4]{a} = 2a\sqrt[4]{a};$$

$$f) \sqrt[4]{\frac{64}{b^2}} = \sqrt[4]{\frac{2^6}{b^2}} = 2 * \sqrt[4]{\frac{2^2}{b^2}};$$

23. Ejercicio radicales

Extraer del radical todos los factores posibles $\sqrt[3]{\frac{8a^2b^4}{16x^5}};$

Solución

$$\sqrt[3]{\frac{8a^2b^4}{16x^5}} = \sqrt[3]{\frac{2^3a^2b^4}{2^4x^5}} = \frac{2b}{2x}\sqrt[3]{\frac{a^2b}{2x^2}} = \frac{b}{x}\sqrt[3]{\frac{a^2b}{2x^2}};$$

24. Ejercicio radicales

Reduce a un índice común y simplifica

$$a) \sqrt{6} * \sqrt[3]{3}; b) \sqrt[4]{9} : \sqrt{3}; c) \sqrt[4]{7} * \sqrt[6]{3}; d) \sqrt{6} * \sqrt[5]{2};$$

Solución:

$$a) \sqrt{6} * \sqrt[3]{3} = 6^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{1}{3}} = (2 * 3)^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{3}{6}} * 3^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^3 * 3^5};$$

$$b) \sqrt[4]{9} * \sqrt{3} = 9^{\frac{1}{4}} * 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{2}{4}} * 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{2}{4}} * 3^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4]{1} = 1;$$

$$c) \sqrt[4]{7} * \sqrt[6]{3} = 7^{\frac{1}{4}} * 3^{\frac{1}{6}} = 7^{\frac{3}{12}} * 3^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{7^3 * 3^2} = \sqrt[12]{7^3 * 3^2};$$

$$d) \sqrt{6} * \sqrt[5]{2} = 6^{\frac{1}{2}} * 2^{\frac{1}{5}} = 6^{\frac{5}{10}} * 2^{\frac{2}{10}} = (2 * 3)^{\frac{5}{10}} * 2^{\frac{2}{10}} = (2^{\frac{5}{10}} * 3^{\frac{5}{10}}) * 2^{\frac{2}{10}} = 2^{\frac{7}{10}} * 3^{\frac{5}{10}} = \sqrt[10]{2^7} * \sqrt[10]{3^5} = \sqrt[10]{2^7 * 3^5};$$

25. Ejercicio radicales

Introduce dentro de la raíz y simplifica

$$a) 5 * \sqrt{\frac{3}{5}}; b) 3 * \sqrt{\frac{11}{3}}; c) 2 * \sqrt[4]{\frac{5}{6}}; d) \frac{1}{3} * \sqrt{\frac{18}{5}}; e) \frac{2}{3} * \sqrt{\frac{18}{8}};$$

Solución:

$$a) 5 * \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{3 * 5^2}{5}} = \sqrt{3 * 5} = \sqrt{15};$$

$$b) 3 * \sqrt{\frac{11}{3}} = \sqrt{\frac{11 * 3^2}{3}} = \sqrt{11 * 3}$$

$$c) 2 * \sqrt[4]{\frac{5}{6}} = \sqrt[4]{\frac{2^4 * 5}{6}} = \sqrt[4]{\frac{2^4 * 5}{2 * 3}} = \sqrt[4]{\frac{2^3 * 5}{3}};$$

$$d) \frac{1}{3} * \sqrt{\frac{18}{5}} = \sqrt{\frac{18}{5 * 3^2}} = \sqrt{\frac{2 * 3^2}{5 * 3^2}} = \sqrt{\frac{2}{5}};$$

$$e) \frac{2}{3} * \sqrt{\frac{18}{8}} = \sqrt{\frac{2^2 * 18}{3^2 * 8}} = \sqrt{\frac{2^2 * 2 * 3^2}{3^2 * 2^3}} = \sqrt{\frac{2^3 * 3^2}{3^2 * 2^3}} = \sqrt{1} = 1;$$

26. Ejercicio radicales

Ejecuta las siguientes operaciones y simplifica

$$a) \sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{3}; b) \sqrt{27} - \sqrt{12}; c) \sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{63}; d) \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24};$$

Solución

$$a) \sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{3} = \sqrt{2^4 * 3} - \sqrt{2^2 * 3} + \sqrt{3} = 2^2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} * (2^2 - 2 + 1) = \sqrt{3} * (3) = 3\sqrt{3};$$

$$b) \sqrt{27} - \sqrt{12} = \sqrt{3^3} - \sqrt{2^2 * 3} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$c) \sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{63} = \sqrt{2^2 * 7} - \sqrt{7} + \sqrt{3^2 * 7} = 2\sqrt{7} - \sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 4\sqrt{7};$$

$$d) \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^3 * 3} = 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$$

27. Ejercicio radicales

Ejecuta las siguientes operaciones y simplifica

$$a) \sqrt{7}: \sqrt{\frac{14}{5}}; b) \sqrt[4]{\frac{2}{5}}: \sqrt[4]{\frac{5}{2}}; c) \sqrt[3]{\frac{16}{5}}: \sqrt[3]{\frac{4}{25}}$$

Solución

$$a) \sqrt{7}: \sqrt{\frac{14}{5}} = \sqrt{\frac{7}{\frac{14}{5}}} = \sqrt{\frac{35}{14}} = \sqrt{\frac{7 * 5}{7 * 2}} = \sqrt{\frac{5}{2}};$$

$$b) \sqrt[4]{\frac{2}{5}}: \sqrt[4]{\frac{5}{2}} = \sqrt[4]{\frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{2}}} = \sqrt[4]{\frac{4}{25}} = \sqrt[4]{\frac{2^2}{5^2}} = \sqrt{\frac{2}{5}};$$

$$a) \sqrt[3]{\frac{16}{5}}: \sqrt[3]{\frac{4}{25}} = \sqrt[3]{\frac{\frac{16}{5}}{\frac{4}{25}}} = \sqrt[3]{\frac{16 * 25}{4 * 5}} = \sqrt[3]{\frac{2^4 * 5^2}{5 * 2^2}} = \sqrt[3]{2^2 * 5};$$

28. Ejercicio radicales

Ejecuta como potencia y da el resultado como radical

$$\sqrt{x} * \sqrt[3]{\frac{2}{x^4}}$$

Solución:

$$\sqrt{x} * \sqrt[3]{\frac{2}{x^4}} = x^{\frac{1}{2}} * \frac{2^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}} = x^{\frac{1}{2}} * 2^{\frac{1}{3}} * x^{-\frac{4}{3}} = x^{\frac{3}{6}} * 2^{\frac{2}{6}} * x^{-\frac{8}{6}} = 2^{\frac{2}{6}} * x^{-\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{\frac{2^2}{x^5}};$$

29. Ejercicio radicales

Ejecuta y simplifica; $\frac{(2\sqrt{3} - 2\sqrt{3})^2}{2}$

Solución:

$$\frac{(2\sqrt{3} - \sqrt{3})^2}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2}{2} = \frac{+3}{2};$$

30. Ejercicio radicales

Averigua el valor de x para que las siguientes raíces pertenezcan a los números reales

$$a) \sqrt{x-5}; \quad b) \sqrt{7-x}; \quad c) \sqrt{-x}; \quad d) \sqrt{x^2-2};$$

Solución

$$a) \sqrt{x-5}; \text{ se ha de cumplir que } x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5 \Rightarrow [5, +\infty);$$

$$b) \sqrt{7-x}; \text{ se ha de cumplir que } 7-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 7 \Rightarrow (-\infty, 7];$$

$$c) \sqrt{-x}; \text{ se ha de cumplir que } -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow (-\infty, 0];$$

$$d) \sqrt{x^2-2}; \text{ se ha de cumplir que } x^2-2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 2; x \geq \pm\sqrt{2};$$

$$(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$$

31. Ejercicio radicales

Halla el área de un triángulo isósceles en que los lados iguales miden el doble

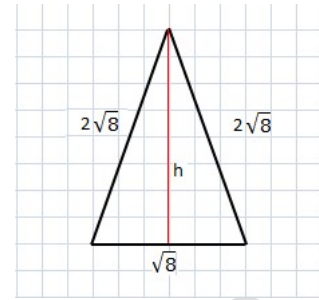
que la base cuya longitud es $\sqrt{8}$; expresar el resultado en forma de radical

Solución:

$$h^2 = (2\sqrt{8})^2 - (\sqrt{8})^2; = 4 * 8 - 8 = 24$$

$$h = \sqrt{24}$$

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{8} * \sqrt{24}}{2} = \frac{\sqrt{192}}{2} = \frac{\sqrt{2^6 * 3}}{2} = \frac{2^3 \sqrt{3}}{2} = 2^2 \sqrt{3}$$



32. Ejercicio radicales

Halla el área de un tetraedro regular de 4cm de arista. Expresar el resultado en forma de radical. (El tetraedro regular está formado por cuatro triángulos equiláteros).

Solución:

Area total del tetraedro = área lateral + área de la base (área del triángulo)

Atotal = rea total del tetraedro = área lateral + área de la base (área del triángulo)

$$\text{Atotal} = \frac{\text{perímetro} * \text{apotema}}{2} + \frac{\text{base} * \text{altura}}{2};$$

Area Lateral

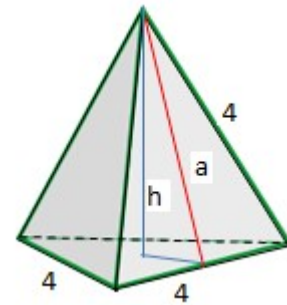
$$\text{Perímetro} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Apotema} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3};$$

$$\text{Alateral} = \frac{12 * 2\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

$$\text{Area de la base} = \frac{4 * 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3};$$

$$\text{Area TOTAL} = 12\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



Tambien el área total es igual al área de un triángulo por los 4 lados

$$\text{Area TOTAL} = 4 * 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

33. Ejercicio radicales

Halla el área total y el volumen de un cilindro de 5cm de radio y 12 de altura. Da su valor exacto en función de π .

Solución:

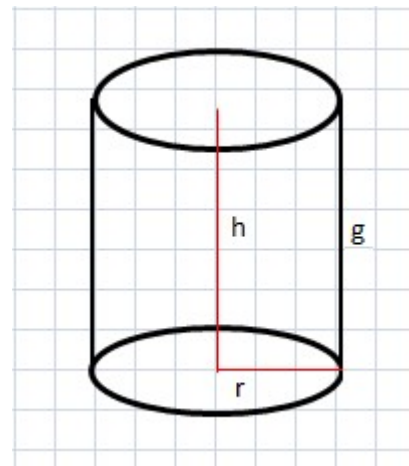
Area del cilindro = área lateral + área de las bases (superficie del círculo)

Área lateral = Perímetro (longitud de la circunferencia) * apotema (generatriz o altura)

$$\text{Alateral} = 2\pi r * g = 2\pi 5 * 12 = 120\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Abase} = \pi r^2 = \pi 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Area Total} = 120\pi + 2 * 25\pi = 170\pi \text{ cm}^2$$



$$\text{Volumen} = \text{área de la base} * \text{altura} = \pi r^2 * h = 5^2 \pi * 12 = 300\pi \text{ cm}^3$$

34. Ejercicio radicales

Halla el área total y el volumen de un cono de 5cm de radio y 10 de generatriz. Indicando el valor exacto.

Solución:

Área total del cono = área lateral + área de la base (superficie del círculo)

$$A_{\text{lateral}} = \frac{\text{Perímetro} * \text{generatriz}}{2};$$

$$A_{\text{lateral}} = \frac{2\pi r * g}{2} = \frac{2\pi 5 * 10}{2} = 50\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi r^2 = \pi 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$$

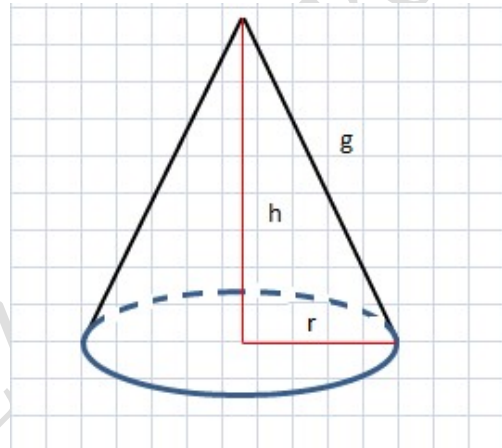
$$\text{Área Total} = 50\pi + 25\pi = 75\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen del cono} = \frac{\text{Área de la base} * \text{altura}}{3};$$

$$g^2 - r^2 = h^2; h = \sqrt{g^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} =$$

$$\sqrt{75} = 5^2 * 3 = 5\sqrt{3};$$

$$\text{Volumen} = \frac{25\pi * 5\sqrt{3}}{3} = \frac{125\pi * \sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3;$$



35. Ejercicio radicales

Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 36cm^2 ¿Cuánto medirá el lado del rombo marcado en rojo. Dar el valor exacto.

$$\text{Área del cuadrado} = l^2 = 36; l = 6\text{cm};$$

Valor de la diagonal teorema de Pitágoras

$$d^2 = l^2 + l^2;$$

$$d = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = \sqrt{2^3 * 3^2} = 6\sqrt{2}$$

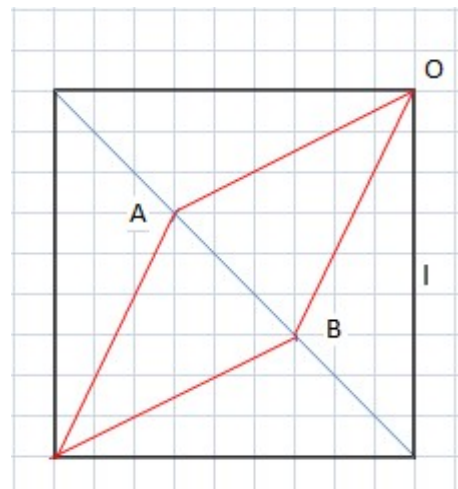
Tenemos el triángulo OAB cuya altura es la

$$\text{mitad de la diagonal} \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{y la base AB es } \frac{1}{3} \text{ de la diagonal } \frac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2} \text{ cm};$$

El lado del rombo BO =

$$\sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{18 + 8} = \sqrt{26}\text{cm};$$



36. Ejercicio radicales

Halla la diagonal (D) de un cubo cuyo volumen es

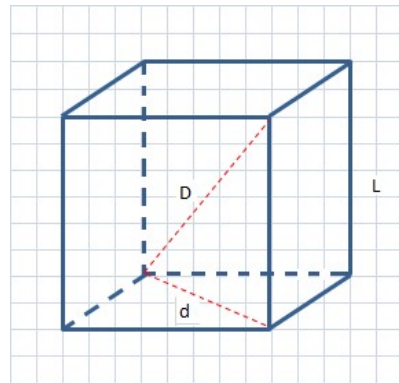
$$5 \text{ dm}^3.$$

Expresa la medida como un radical.

Solución:

$$\text{Volumen del cubo} = L * L * L = L^3$$

$$L^3 = 5; L = \sqrt[3]{5} \text{ dm}$$



Diagonal de una cara:

$$d = \sqrt{(\sqrt[3]{5})^2 + (\sqrt[3]{5})^2} = \sqrt{2 * (\sqrt[3]{5})^2} = \sqrt{2} * \sqrt{(\sqrt[3]{5})^2} = \sqrt{2} * \sqrt[3]{5} = 2^{\frac{1}{2}} * 5^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{6}} * 5^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{2^3 * 5^2} \text{ dm};$$

Diagonal del cubo D:

$$D^2 = d^2 + L^2;$$

$$D^2 = (\sqrt[6]{2^3 * 5^2})^2 + (\sqrt[3]{5})^2 = 5^{\frac{2}{3}} + (2^3 * 5^2)^{\frac{2}{6}} = 5^{\frac{4}{6}} + (2^3 * 5^2)^{\frac{2}{6}} = 5^{\frac{4}{6}} + 2^{\frac{6}{6}} * 5^{\frac{4}{6}} = 5^{\frac{4}{6}} + 2 * 5^{\frac{4}{6}} = 3 * 5^{\frac{4}{6}} = 3 * 5^{\frac{2}{3}} = 3\sqrt[3]{5^2} \text{ dm};$$

$$D = \sqrt{3\sqrt[3]{5^2}} = \sqrt[12]{5^4 * 3} = \sqrt[12]{5^4} * \sqrt{3} = \sqrt[12]{5^4} * \sqrt[12]{3^6} = 5^{\frac{4}{12}} * 3^{\frac{6}{12}} = 5^{\frac{1}{3}} * 3^{\frac{1}{2}};$$

$$D = \sqrt[6]{5^2 * 3^3} \text{ dm}$$

37. Ejercicio radicales

En un cuadrado de 10cm de lado, quitamos las esquinas de forma que la figura resultante es un octógono regular. Halla la medida exacta del lado del octógono y su área.

Solución

Calculamos el valor del lado del octógono (L) en función de los lados del triángulo isósceles (X)

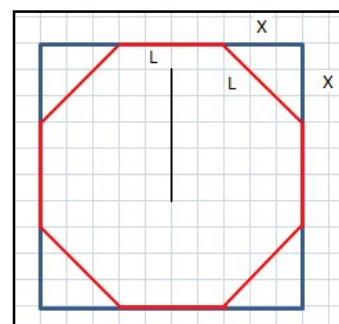
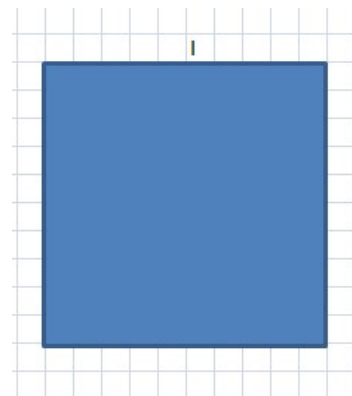
$$L^2 = X^2 + X^2 = 2X^2; L = X\sqrt{2} \text{ cm.}$$

El lado del cuadrado (l) = X + X + X√2 = 10 cm

$$X(1 + 1 + \sqrt{2}) = 10 \Rightarrow l = X(2 + \sqrt{2}) = 10;$$

$$x = \frac{10}{(2 + \sqrt{2})} = \frac{10(2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{10(2 - \sqrt{2})}{(4 - 2)};$$

$$x = 5(2 - \sqrt{2}) \text{ cm};$$



Área del Octógono:

$$A = \frac{\text{perimetro} * \text{apotema}}{2}$$

$$L(\text{lado del octogono}) = X\sqrt{2} = (5(2 - \sqrt{2}))\sqrt{2} = 5(2\sqrt{2} - 2)\text{cm};$$

$$\text{Perimetro} = 8 * 5(2\sqrt{2} - 2) = 40(2\sqrt{2} - 2)\text{cm};$$

Apotema es igual la mitad del lado del cuadrado 5

$$A = \frac{40(2\sqrt{2} - 2) * 5}{2} = 100(2\sqrt{2} - 2) = 200(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}^2$$

Área del Octógono en base al cuadrado original quitando los triángulos:

$$\text{Area del cuadrado} = 10 * 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area del triangulo} = A = \frac{\text{base} * \text{altura}}{2} = \frac{X * X}{2} = \frac{5(2 - \sqrt{2}) * 5(2 - \sqrt{2})}{2}$$

$$\text{Area de los 4 triángulos} = 4 * \frac{5(2 - \sqrt{2}) * 5(2 - \sqrt{2})}{2} = 50(2 - \sqrt{2})^2$$

$$50(4 + 2 - 4\sqrt{2}) = 50(6 - 4\sqrt{2}) = 100(3 - 2\sqrt{2});$$

$$\text{Area del octogono} = 100 - 100(3 - 2\sqrt{2}) = 100 - 300 + 200\sqrt{2} = -200 + 200\sqrt{2};$$

$$\text{Area del octogono} = 200(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}^2$$

38. Ejercicio radicales

Calcula el perímetro del triángulo ABC. La medida del lado del cuadrado es de 4cm

Solución:

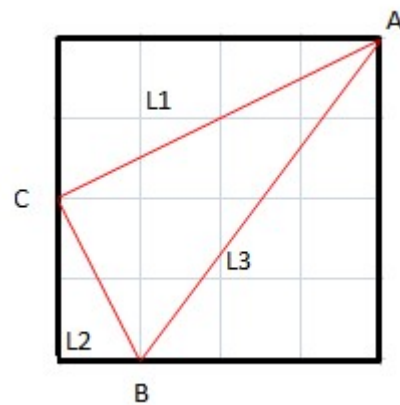
Usando el teorema de pitágoras hallamos los lados del triángulo ABC

$$L1^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20\text{cm}; L1 = \sqrt{20}\text{cm};$$

$$L2^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5; L2 = \sqrt{5}\text{cm};$$

$$L3^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25; L3 = \sqrt{25} = 5\text{cm};$$

$$\begin{aligned} \text{Perimetro} &= \sqrt{20} + \sqrt{5} + 5 = \sqrt{5}(2 + 1) + 5 \\ &= 3\sqrt{5} + 5; \end{aligned}$$

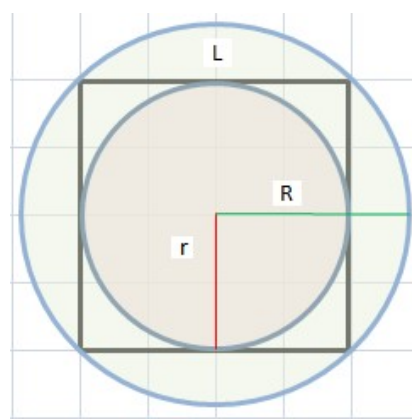


39. Ejercicio radicales

Halla el área de la corona circular comprendida entre dos circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado de lado 4 cm

Solución:

$$\text{Radio menor; } r = \frac{L}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm};$$



19 (18)

$$\text{Radio mayor} = R = \frac{\text{diagonal del cuadrado}}{2};$$

$$D^2 = L^2 + L^2 = 2L^2; D^2 = 2 * 4^2 = 2 * 16 = 32\text{cm};$$

$$D = \sqrt{32} = \sqrt{2^5} = 2^2 * \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Radio mayor; } R = \frac{2^2 * \sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm};$$

$$\text{Area de la corona} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(2\sqrt{2})^2 - \pi 2^2 = \pi(4 * 2 - 4) = 4\pi \text{ cm}^2;$$

ANGEL HERNANDEZ DE CASTRO