

ECUACIONES E INECUACIONES

INDICE

Contenido

1	ECUACIONES:.....	2
2	ECUACIONES DE PRIMER GRADO.....	2
3	ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.....	2
3.1	ECUACIONES CON FRACCIONES.....	5
3.2	ECUACIONES CON RADICALES.....	9
3.3	ECUACIONES BICUADRADAS	16
3.4	INECUACIONES	19
3.4.1	<i>Propiedades de las inecuaciones.....</i>	<i>19</i>
3.4.2	<i>Resolución de inecuaciones de grado superior a dos</i>	<i>22</i>
3.4.3	<i>Resolución de inecuaciones fraccionarias</i>	<i>26</i>

1 Ecuaciones:

Una ecuación es una igualdad que se compone en la que cada una de las expresiones separadas por el signo = se llaman miembros.

Incógnita es la variable o variables que intervienen en la ecuación.

La solución de una ecuación es el valor de la variable que hace que la ecuación se cumpla

Ejemplo:

$$x + 4 = 2x + 2; 4 - 2 = 2x - x; x = 2;$$

la solución de esta ecuación es 2 pues ese valor cumple la ecuación

comprobación sustituimos la x por este valor $x + 4 = 2x + 2; \Rightarrow 2 + 4 = 2(2) + 2;$

$$6 = 6;$$

Grado de una ecuación es el mayor de los exponentes con que aparece la variable.

2 Ecuaciones de primer grado

Las ecuaciones de primer grado, con una incógnita son expresiones del tipo $ax + b = 0$ donde $a \neq 0$

La solución de la ecuación es $x = \frac{-b}{a}$

1. Ejercicio ecuaciones

Resolver las siguientes ecuaciones a) $4x - 8 = 6x$; b) $x - 34 = 2x - 5$;

Solución

$$a) 4x - 8 = 6x; 6x - 4x = -8; 2x = -8; x = -\frac{8}{2} = -4;$$

$$b) x - 34 = 2x - 5; 2x - x = -34 + 5; x = -29;$$

3 Ecuaciones de segundo grado

Las ecuaciones de segundo grado, con una incógnita son expresiones del tipo $ax^2 + bx + c = 0$

Tipos de ecuaciones de segundo grado:

a) **Completa:** $x^2 + bx + c = 0$

La solución de una ecuación de segundo grado es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} ; \text{ Donde } b^2 - 4ac$$

es el discriminante Δ pues su valor determinará las soluciones de la ecuación;

Si Δ es > 0 la ecuación tendrá dos soluciones

Si Δ es $= 0$ la ecuación tendrá una solución doble

Si Δ es < 0 la ecuación no tiene solución en el conjunto de los números reales

b) Incompleta: le falta el termino independiente $x^2 + bx = 0$

La solucion de la ecuacion se halla sacando x como factor comun $x(ax + b) = 0$;

Las soluciones que cumplen esta ecuacion $x(ax + b) = 0$ son $x = 0$; y $ax + b = 0$; $x = -\frac{b}{a}$;

b) Incompleta: le falta el termino de grado 1 (no tiene x); $ax^2 + c = 0$;

La solución de la ecuación es

$$ax^2 + c = 0; x^2 = \frac{-c}{a}; x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}};$$

c) Incompleta: solo tiene el termino $ax^2 = 0$;

$ax^2 = 0$, la solucion de la ecuacion es $x = 0$;

2. Ejercicio ecuaciones

Hallar el valor de a en la ecuacion $ax^2 + 2x + 2 = 0$;

para que tenga dos soluciones distintas

a) $ax^2 + 2x + 2 = 0$; b) $-x^2 + ax - 1 = 0$;

Solución

a) $ax^2 + 2x + 2 = 0$; $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4a2}}{2a}$;

para que tenga dos soluciones ha de cumplirse

$$2^2 - 4a2 > 0; 4 - 8a > 0; 8a < 4; a < \frac{4}{8}; a < \frac{1}{2};$$

b) $-x^2 + ax - 1 = 0$; $x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4(-1)(-1)}}{2a}$;

$$a^2 - 4(-1)(-1) > 0; a^2 + 4(-1) > 0; a^2 - 4 > 0; a^2 > 4; a > \pm\sqrt{4}; a > 2; a < -2;$$

3. Ejercicio ecuaciones

Resuelve las siguientes ecuaciones $x^2 + x - 6 = 0$

Solución

$$x^2 + x - 6 = 0; x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 * 1 * (-6)}}{2 * 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2};$$

$$x = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2; = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3;$$

Las soluciones son $x = 2$ y $x = -3$;

4. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación $9x^2 + 6x + 1 = 0$

Solución

$$9x^2 + 6x + 1 = 0; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{18} = \frac{-6 \pm 0}{18} = \frac{-1}{3};$$

La solución es doble $x = -\frac{1}{3}$

5. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación $x^2 - 7 = 0$

Solución

$$x^2 - 7 = 0; x^2 = 7; x = \pm\sqrt{7};$$

Las soluciones son $x = +\sqrt{7}$ y $x = -\sqrt{7}$;

6. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación $6x^2 + 2x = 0$

Solución

$$6x^2 + 2x = 0; x(6x + 2) = 0 \text{ una solución es } x = 0$$

$$\text{y la otra } 6x + 2 = 0; x = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3};$$

Las soluciones son $x = 0$ y $x = -\frac{1}{3}$;

7. Ejercicio ecuaciones

Resuelve las siguientes ecuaciones a) $2x^2 - 50 = 0$; $3x^2 + 5 = 0$; c) $7x^2 + 5x = 0$

Solución

$$\text{a) } 2x^2 - 50 = 0; 2x^2 = 50; x^2 = 25; x = \pm\sqrt{25};$$

Las soluciones son $x = 5$ y $x = -5$;

$$\text{b) } 3x^2 + 5 = 0; 3x^2 = -5; x^2 = -\frac{5}{3}; x = \pm\sqrt{-\frac{5}{3}};$$

No tiene solución en el conjunto de los números reales pues no existe la raíz de números negativos

$$\text{c) } 7x^2 + 5x = 0; x(7x + 5) = 0; \text{ una solución es } x = 0$$

$$\text{y la otra } 7x + 5 = 0; x = -\frac{5}{7};$$

Las soluciones son $x = 0$ y $x = -\frac{5}{7}$;

8. Ejercicio ecuaciones

Resuelve las siguientes ecuaciones a) $10x^2 - 3x - 1 = 0$;

$$\text{b) } x^2 - 20x + 100 = 0; \text{ c) } 3x^2 + 5x + 11 = 0;$$

Solución

$$a) 10x^2 - 3x - 1 = 0; x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 10(-1)}}{2 \cdot 10} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{20} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{20} = \frac{3 \pm 7}{20};$$

$$x = \frac{3 + 7}{20} = \frac{1}{2} \quad y \quad x = \frac{3 - 7}{20} = \frac{-4}{20} = -\frac{1}{5};$$

Las soluciones son $x = \frac{1}{2}$ y $x = -\frac{1}{5}$;

$$b) x^2 - 20x + 100 = 0;$$

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100}}{2 \cdot 1} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 400}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{0}}{20} = \frac{20}{20} = 1;$$

La solución es doble $x = 1$;

$$c) 3x^2 + 5x + 11 = 0;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 11}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 132}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{-107}}{20};$$

No tiene solución en el conjunto de los números reales, pues no existe la raíz de números negativos

9. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación $6x - 5(4 - 2x) = (4 - x) \cdot 5 + 2$

Solución

$$6x - 5(4 - 2x) = (4 - x) \cdot 5 + 2; 6x - 20 + 10x = 20 - 5x + 2;$$

$$6x + 5x + 10x = 20 + 2 + 20; 21x = 42; x = \frac{42}{21} = 2;$$

La solución es $x = 2$;

10. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación $x^3 + x^2 - 6x = 0$

Solución

$$x^3 + x^2 - 6x = 0; x(x^2 + x - 6) = 0$$

Una solución es $x=0$ y las otras

$$x^2 + x - 6; x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2}; \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2};$$

$$x = \frac{-1 + 5}{2} = 2 \quad y \quad x = \frac{-1 - 5}{2} = -3;$$

Las soluciones son $x=0$, $x=2$ y $x=-3$

3.1 Ecuaciones con fracciones

11. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación $\frac{x}{4} + 3 - \frac{x+3}{2} = 1$

Solución

$$\frac{x}{4} + 3 - \frac{x+3}{2} = 1; \frac{x}{4} + \frac{12}{4} - \frac{2(x+3)}{4} = \frac{4}{4}; \frac{x+12-2(x+3)}{4} = \frac{4}{4};$$

$$x+12-2(x+3) = 4; x+12-2x-6 = 4; x = 12-6-4; \boxed{x = 2};$$

12. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación, $\frac{3x+7}{2} - \frac{1-4x}{4} = \frac{1+x}{6} - \frac{9+x}{3}$

Solución

$$\frac{3x+7}{2} - \frac{1-4x}{4} = \frac{1+x}{6} - \frac{9+x}{3}; \frac{6(3x+7)}{12} - \frac{3(1-4x)}{12} = \frac{2(1+x)}{12} - \frac{4(9+x)}{12}$$

$$\frac{6(3x+7) - 3(1-4x)}{12} = \frac{2(1+x) - 4(9+x)}{12};$$

$$6(3x+7) - 3(1-4x) = 2(1+x) - 4(9+x); 18x + 42 - 3 + 12x = 2 + 2x - 36 - 4x;$$

$$18x + 12x - 2x + 4x = 2 - 36 - 42 + 3; 22x = -72; \boxed{x = \frac{-72}{22}};$$

13. Ejercicio ecuaciones

Resuelve las siguientes ecuaciones a) $5x^2 + 10x + 5 = 0$;
b) $6x^2 + 24x + 18 = 0$; c) $-100x^2 + 275x + 75 = 0$;

Solución

a) $5x^2 + 10x + 5 = 0$; $5(x^2 + 2x + 1) = 0$; $x^2 + x + 1 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2}{2} = \boxed{-1};$$

La ecuación tiene una solución doble $x = -1$

Prueba sin sacar factor común

$$5x^2 + 10x + 5 = 0; x = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{-10 \pm \sqrt{100-100}}{10};$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{10} = -1; \boxed{x = -1};$$

b) $6x^2 + 24x + 18 = 0$; $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2};$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3; y x = \frac{-2}{2} = -1;$$

La ecuación tiene como soluciones $x = -1$ y $x = -3$;

c) $-100x^2 + 275x + 75 = 0$; $25(-4x^2 + 11x + 3) = 0$;

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{(11)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 3}}{2(-4)} = \frac{-11 \pm \sqrt{121+48}}{-8} = \frac{-11 \pm \sqrt{169}}{-8} = \frac{-11 \pm 13}{-8};$$

$$x = \frac{-11-13}{-8} = \frac{-24}{-8} = 3; y x = \frac{-11+13}{-8} = \frac{+2}{-8} = -\frac{1}{4};$$

La ecuación tiene como soluciones $x = 3$ y $x = -\frac{1}{4}$;

14. Ejercicio ecuaciones

Resuelve las siguientes ecuaciones a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{10}$; b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{16}$;

c) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{5}{4}$; d) $\frac{3}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 3$;

Solución

Sacamos el común de nominador

$$\text{a) } \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{10}; \frac{10}{10x} + \frac{5}{10x} = \frac{3x}{10x}; 10 + 5 = 3x; x = \frac{15}{3}; x = 5;$$

$$\text{b) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{16}; \frac{16x}{16x^2} + \frac{16}{16x^2} = \frac{5x^2}{16x^2}; 16x + 16 = 5x^2;$$

$$5x^2 - 16x - 16 = 0; x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 * (-16)(5)}}{2 * 5} = \frac{16 \pm \sqrt{256 + 320}}{10};$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{576}}{10} = \frac{16 \pm 24}{10}; x = -\frac{8}{10}; y x = \frac{40}{10};$$

Las soluciones son $x = 4$ y $x = -\frac{8}{10}$;

$$\text{c) } \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{5}{4}; \frac{4(x-1)}{4(x+1)(x-1)} + \frac{8(x+1)}{4(x+1)(x-1)} = \frac{5(x+1)(x-1)}{4(x+1)(x-1)};$$

$$4(x-1) + 8(x+1) = 5(x-1)(x+1); 4x - 4 + 8x + 8 = 5(x^2 - 1);$$

$$12x + 4 = 5x^2 - 5; 5x^2 - 12x - 5 - 4 = 0; 5x^2 - 12x - 9 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 * (-9)(5)}}{2 * 5} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 180}}{10} = \frac{12 \pm \sqrt{324}}{10} = \frac{12 \pm 18}{10};$$

$$x = \frac{12 + 18}{10} = \frac{30}{10} = 3; x = \frac{12 - 18}{10} = \frac{-6}{10};$$

Las soluciones son $x = 3$ y $x = -\frac{6}{10}$;

$$\text{d) } \frac{3}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 3; \frac{3(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{4(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)};$$

$$3(x+2) + 4(x-2) = 3(x-2)(x+2); 3x + 6 + 4x - 8 = 3(x^2 - 4);$$

$$7x - 2 = 3(x^2 - 4); 3x^2 - 7x - 12 + 2 = 0; 3x^2 - 7x - 10 = 0;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 * 3(-10)}}{2 * 3} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{6} = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{7 \pm 13}{6};$$

$$x = \frac{7 + 13}{6} = \frac{20}{6}; y x = \frac{7 - 13}{6} = \frac{-6}{6} = -1;$$

Las soluciones son $x = -1$ y $x = \frac{20}{6}$;

15. Ejercicio ecuaciones

Resuelve la siguiente ecuación $(x - 1)(x - 3)(x^2 + 4x + 2) = 0$;

Solución:

$$(x - 1)(x - 3)(x^2 + 4x + 2) = 0;$$

Las soluciones de la ecuación son;

$$x = 1; x = 3 \text{ y las soluciones de la ecuación } (x^2 + 4x + 2) = 0;$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4 * 1 * 2}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -2 \pm \sqrt{2};$$

$$x = -2 + \sqrt{2} \text{ y } x = -2 - \sqrt{2};$$

Las soluciones son $x = 1$; $x = 3$; $x = -2 + \sqrt{2}$ y $x = -2 - \sqrt{2}$;

3.2 Ecuaciones con radicales

En las ecuaciones con radicales como la solución siempre implica elevar los términos de la igualdad al cuadrado, hay que comprobar las soluciones que aparecen pues alguna solución puede que no cumpla la ecuación.

16. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $\sqrt{x-9} = 4$

Solución:

$$\sqrt{x-9} = 4; \text{ elevamos los dos terminos al cuadrado } (\sqrt{x-9})^2 = 4^2;$$

$$x-9 = 16; x = 16 + 9 = 25; \mathbf{x = 25}$$

17. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $1 + \sqrt{2x^2 - 2} = x$

Solución:

Dejamos la raíz sola en un término y resolvemos como el anterior

$$1 + \sqrt{2x^2 - 2} = x; \sqrt{2x^2 - 2} = x - 1; \sqrt{2x^2 - 2} = (x - 1)^2 ;$$

$$2x^2 - 2 = x^2 + 1 - 2x; 2x^2 - 2 - x^2 - 1 + 2x = 0; x^2 - 2 - 1 + 2x = 0;$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4 * (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2};$$

$$x = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1; x = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3;$$

Las soluciones son $x = 1; x = -3$;

Prueba

$$\text{Para } x = 1; 1 + \sqrt{2x^2 - 2} = x; 1 + \sqrt{2(1)^2 - 2} = 1; \sqrt{0} = 1 - 1;$$

$0 = 0$ la solución es válida.

$$1 + \sqrt{2x^2 - 2} = x; 1 + \sqrt{2(-3)^2 - 2} = -3; 1 + \sqrt{16} = -3; \sqrt{16} = -3 - 1 \sqrt{16} = -3 - 1;$$

$$\sqrt{16} = -4; \mathbf{4 \neq -4}$$

La solución no es válida

18. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $\sqrt{2x} - 1 = \sqrt{x-1}$

Solución:

$$\sqrt{2x} - 1 = \sqrt{x-1}; (\sqrt{2x} - 1)^2 = (\sqrt{x-1})^2; 2x + 1 - 2\sqrt{2x} = x - 1;$$

$$2x - x + 1 + 1 = +2\sqrt{2x}; x + 2 = 2\sqrt{2x};$$

$$\text{elevamos los dos miembros al cuadrado } (x + 2)^2 = (2\sqrt{2x})^2; x^2 + 4 + 4x = 4(2x);$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 * 1 * (+4)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2; \quad x = 2 \text{ raíz doble}$$

Prueba

$$\sqrt{2 * 2} - 1 = \sqrt{2 - 1}; 2 - 1 = 1; 1 = 1 \text{ la solución es válida}$$

19. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $\sqrt{4x + 5} - x = 2$

Solución:

$$\sqrt{4x + 5} - x = 2; \sqrt{4x + 5} = x + 2; \sqrt{4x + 5}^2 = (x + 2)^2;$$

$$4x + 5 = x^2 + 4 + 4x; x^2 + 4 + 4x - 4x - 5 = 0; x^2 - 1 = 0; x^2 = 1;$$

Las soluciones son $x = 1$ y $x = -1$;

Prueba:

$$\text{Para } x = 1; \sqrt{4 * 1 + 5} - 1 = 2; \sqrt{9} - 1 = 2; 3 - 1 = 2 \text{ la solución es válida}$$

$$\text{Para } x = -1; \sqrt{4(-1) + 5} - (-1) = 2; \sqrt{1} + 1 = 2; 2 = 2$$

la solución es válida

20. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $\sqrt{x + 4} - \sqrt{6 - x} = -2$;

Solución:

$$\sqrt{x + 4} - \sqrt{6 - x} = -2; \sqrt{x + 4} = \sqrt{6 - x} - 2; \sqrt{x + 4}^2 = (\sqrt{6 - x} - 2)^2;$$

$$x + 4 = (\sqrt{6 - x})^2 + 4 - 2 * 2(\sqrt{6 - x}); x + 4 = 6 - x + 4 - 4(\sqrt{6 - x});$$

$$4(\sqrt{6 - x}) = 6 - x + 4 - x - 4; 4(\sqrt{6 - x}) = 6 - 2x;$$

$$(4\sqrt{6 - x})^2 = (6 - 2x)^2; 16(6 - x) = 36 + 4x^2 - 24x;$$

$$96 - 16x = 36 + 4x^2 - 24x; 4x^2 - 24x + 36 - 96 + 16x = 0;$$

$$4x^2 - 8x - 60 = 0 - 8x - 60 = 0; x^2 - 2x - 15 = 0;$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 * 1 * (-15)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2};$$

Las soluciones son $\frac{2 + 8}{2} = 5$ y $\frac{2 - 8}{2} = -3$; $x = 5$ y $x = -3$

Prueba

$$\sqrt{x + 4} - \sqrt{6 - x} = -2$$

$$\text{Para } x = 5; \sqrt{5 + 4} - \sqrt{6 - 5} = -2; \sqrt{9} - \sqrt{1} = -2;$$

$3 - 1 \neq -2$ la solución no es válida

$$\text{Para } x = -3; \sqrt{-3 + 4} - \sqrt{6 - (-3)} = -2; \sqrt{1} - \sqrt{9} = -2;$$

$1 - 3 = -2$ la solución es válida

21. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $\sqrt{x} + 2 = x$

Solución

$$\sqrt{x} + 2 = x; \quad x - 2 = \sqrt{x}; \quad \sqrt{x}^2 = (x - 2)^2; \quad x = x^2 + 4 - 4x;$$

$$x^2 + 4 - 4x - x = 0; \quad x^2 - 5x + 4 = 0;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$\text{Las soluciones son } x = \frac{5 + 3}{2} = 4 \text{ y } x = \frac{5 - 3}{2} = 1; \quad x = 4 \text{ y } x = 1$$

Prueba

$$\text{Para } x = 4 \Rightarrow \sqrt{4} + 2 = x; \quad \sqrt{4} + 2 = 4; \quad 2 + 2 = 4 \text{ La solución es válida;}$$

$$\text{Para } x = 1 \Rightarrow \sqrt{1} + 2 = 1; \quad 1 + 2 = 3 \neq 1; \text{ La solución no es válida;}$$

22. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $x - \sqrt{2x - 3} = 1$

Solución

$$x - \sqrt{2x - 3} = 1; \quad x - 1 = \sqrt{2x - 3}; \quad (x - 1)^2 = \sqrt{2x - 3}^2$$

$$x^2 + 1 - 2x = 2x - 3; \quad x^2 - 2x - 2x + 1 + 3 = 0; \quad x^2 - 4x + 4 = 0;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2;$$

Solución doble $x = 2$;

Prueba:

$$\text{Para } x = 2 \Rightarrow x - \sqrt{2x - 3} = 1; \quad 2 - \sqrt{2 \cdot 2 - 3} = 1;$$

$$2 - 1 = 1; \quad 1 = 1; \text{ la solución es válida;}$$

23. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $x + \sqrt{25 - x^2} = 2x + 1$

Solución

$$x + \sqrt{25 - x^2} = 2x + 1; \quad \sqrt{25 - x^2} = 2x + 1 - x; \quad \sqrt{25 - x^2} = x + 1;$$

$$(\sqrt{25 - x^2})^2 = (x + 1)^2; \quad 25 - x^2 = x^2 + 1 + 2x; \quad x^2 + 1 + 2x + x^2 - 25 = 0;$$

$$2x^2 + 2x - 24 = 0; \quad x^2 + x - 12 = 0;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2};$$

$$\text{Las soluciones son } x = \frac{-1 + 7}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ y } x = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4; \quad x = 3 \text{ y } x = -4$$

Prueba:

$$\text{Para } x = 3 \Rightarrow x + \sqrt{25 - x^2} = 2x + 1; \quad 3 + \sqrt{25 - 3^2} = 2 \cdot 3 + 1;$$

$$\sqrt{16} = 6 + 1 - 3; 4 = 4; \text{ La solución es válida;}$$

$$\text{Para } x = -4 \Rightarrow x + \sqrt{25 - x^2} = 2x + 1; (-4) + \sqrt{25 - (-4)^2} = 2 * (-4) + 1;$$

$$\sqrt{9} = -8 + 1 + 4; 3 \neq -3; \text{ La solución no es válida;}$$

24. Ejercicio ecuaciones con radicales

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } 3x + \sqrt{6x + 10} = 35$$

Solución

$$3x + \sqrt{6x + 10} = 35; \sqrt{6x + 10} = 35 - 3x; (\sqrt{6x + 10})^2 = (35 - 3x)^2;$$

$$6x + 10 = 1225 + 9x^2 - 210x; 9x^2 - 6x + 1225 - 210x - 10 = 0;$$

$$9x^2 - 216x + 1215 = 0; \text{ dividimos por } 3; 3x^2 - 72x + 405 = 0;$$

$$x = \frac{72 \pm \sqrt{(-72)^2 - 4 * 3 * (405)}}{2 * 3} = \frac{72 \pm \sqrt{5184 - 4860}}{6} = \frac{72 \pm \sqrt{324}}{6} = \frac{72 \pm 18}{6};$$

$$\text{Las soluciones son } x = \frac{72 + 18}{6} = 15 \text{ y } x = \frac{72 - 18}{6} = 9; x = 15 \text{ y } x = 9;$$

Prueba:

$$\text{Para } x = 15 \Rightarrow 3 * 15 + \sqrt{6 * 15 + 10} = 35; 45 + \sqrt{90 + 10} = 35;$$

$$\sqrt{100} = 35 - 45; 10 \neq -10 \text{ la solución no es válida}$$

$$\text{Para } x = 9 \Rightarrow 3 * 9 + \sqrt{6 * 9 + 10} = 35; 27 + \sqrt{54 + 10} = 35;$$

$$\sqrt{64} = 35 - 27; 8 = 8 \text{ la solución es válida}$$

25. Ejercicio ecuaciones con radicales

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } x + 1 - \sqrt{5x + 1} = 0$$

Solución

$$x + 1 - \sqrt{5x + 1} = 0; x + 1 = \sqrt{5x + 1}; (x + 1)^2 = \sqrt{5x + 1}^2;$$

$$x^2 + 1 + 2x = 5x + 1; x^2 + 1 + 2x - 5x - 1 = 0; x^2 - 3x = 0; x(x - 3) = 0$$

$$\text{Soluciones } x = 0 \text{ y } x = 3$$

Prueba

$$\text{Para } x = 0; x + 1 - \sqrt{5x + 1} = 0; 0 + 1 - \sqrt{5 * 0 + 1} = 0; 1 - \sqrt{1} = 0;$$

$$0 = 0; \text{ La solución es válida}$$

$$\text{Para } x = 3; x + 1 - \sqrt{5x + 1} = 0; 3 + 1 - \sqrt{5 * 3 + 1} = 0; 4 - \sqrt{16} = 0;$$

$$4 - 4 = 0 \text{ la solución es válida}$$

26. Ejercicio ecuaciones con radicales

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } \sqrt{4x^2 + 7x - 2} = x + 2;$$

Solución

$$\sqrt{4x^2 + 7x - 2} = x + 2; (\sqrt{4x^2 + 7x - 2})^2 = (x + 2)^2;$$

$$4x^2 + 7x - 2 = x^2 + 4 + 4x; 4x^2 + 7x - 2 - x^2 - 4 - 4x = 0;$$

$$3x^2 + 3x - 6 = 0; \text{dividimos por 3; } x^2 + x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 * 1 * (-2)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$\text{Las soluciones son } x = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ y } x = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2; \text{ } x = 1 \text{ y } x = -2;$$

Prueba

$$\text{Para } x = 1; \sqrt{4x^2 + 7x - 2} = x + 2; \Rightarrow \sqrt{4 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 - 2} = 1 + 2;$$

$$\sqrt{4 + 7 - 2} = 3; \sqrt{9} = 3; 3 = 3 \text{ la solución es válida}$$

$$\text{Para } x = -2 \Rightarrow; \sqrt{4(-2)^2 + 7 * (-2) - 2} = (-2) + 2; \sqrt{16 - 14 - 2} = 0;$$

$$\sqrt{0} = 0; 0 = 0 \text{ La solución es válida}$$

27. Ejercicio ecuaciones con radicales

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } \sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3 - x} = 0$$

Solución

$$\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3 - x} = 0; \sqrt{x^2 + 3} = \sqrt{3 - x}; (\sqrt{x^2 + 3})^2 = (\sqrt{3 - x})^2 = 0;$$

$$x^2 + 3 = 3 - x = 0; x^2 + 3 + x - 3 = 0; x^2 + x = 0; x(x + 1) = 0;$$

$$\text{Las soluciones son } x = 0 \text{ y } x = -1;$$

Prueba

$$\text{Para } x = 0; \sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3 - x} = 0; \sqrt{0 + 3} - \sqrt{3 - 0} = 0; \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0;$$

$$0 = 0; \text{La solución es válida}$$

$$\text{Para } x = -1; \sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3 - x} = 0; \sqrt{(-1)^2 + 3} - \sqrt{3 - (-1)} = 0;$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{4} = 0; \text{La solución es válida}$$

28. Ejercicio ecuaciones con radicales

$$\text{Resuelve las siguientes ecuaciones } \sqrt{5x - 7} - \sqrt{1 - x} = 0$$

Solución

$$\sqrt{5x - 7} - \sqrt{1 - x} = 0; \sqrt{5x - 7} = \sqrt{1 - x}; (\sqrt{5x - 7})^2 = (\sqrt{1 - x})^2;$$

$$5x - 7 = 1 - x; 6x = 8; x = \frac{8}{6}$$

Prueba :

$$\text{Para } x = \frac{8}{6}; \sqrt{5x - 7} - \sqrt{1 - x} = 0; \sqrt{5 * \frac{8}{6} - 7} - \sqrt{1 - \frac{8}{6}} = 0;$$

$$\sqrt{\frac{40}{6} - \frac{42}{6}} - \sqrt{\frac{6}{6} - \frac{8}{6}} = 0; \sqrt{-\frac{2}{6}} - \sqrt{-\frac{2}{6}} = 0 \text{ la solución es válida;}$$

29. Ejercicio ecuaciones con radicales

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } 2\sqrt{5 - 4x} + 4x = 5$$

Solución

$$2\sqrt{5-4x} + 4x = 5; 2\sqrt{5-4x} = 5-4x; (2\sqrt{5-4x})^2 = (5-4x)^2;$$

$$4(5-4x) = 25 + 16x^2 - 40x; 16x^2 - 40x + 25 - 20 + 16x = 0;$$

$$16x^2 - 24x + 5 = 0; x = \frac{24 \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 5}}{2 \cdot 16} = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 320}}{32} =$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{256}}{32} = \frac{24 \pm 16}{32};$$

$$\text{Las soluciones son } x = \frac{24+16}{32} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4} \text{ y } x = \frac{24-16}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4};$$

$$x = \frac{5}{4} \text{ y } x = \frac{1}{4};$$

Prueba

$$\text{Para } x = \frac{5}{4} \Rightarrow 2\sqrt{5-4\frac{5}{4}} + 4\frac{5}{4} = 5; 2\sqrt{5-5} + 5 = 5; 2 \cdot 0 + 5 = 5; 5 = 5$$

La solución es válida

$$\text{Para } x = \frac{1}{4} \Rightarrow 2\sqrt{5-4\frac{1}{4}} + 4\frac{1}{4} = 5; 2\sqrt{5-1} + 1 = 5; 2\sqrt{4} + 1 = 5; 4 + 1 = 5$$

5 = 5 La solución es válida

30. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $\sqrt{x^2+3} + \sqrt{4x} = 0$

Solución

$$\sqrt{x^2+3} + \sqrt{4x} = 0; \sqrt{x^2+3} = -\sqrt{4x}; (\sqrt{x^2+3})^2 = (-\sqrt{4x})^2;$$

$$x^2 + 3 = 4x; x^2 - 4x + 3 = 0;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2};$$

$$\text{Las soluciones son } x = \frac{4+2}{2} = 3 \text{ y } x = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1; x = 3 \text{ y } x = 1;$$

Prueba:

$$\text{Para } x = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2+3} + \sqrt{4x} = 0; \sqrt{3^2+3} + \sqrt{4 \cdot 3} = 0; \sqrt{12} + \sqrt{12} \neq 0$$

la solución no es válida

$$\text{Para } x = 1; \sqrt{x^2+3} + \sqrt{4x} = 0; \sqrt{1^2+3} + \sqrt{4 \cdot 1} = 0; \sqrt{4} + \sqrt{4} \neq 0$$

la solución no es válida

31. Ejercicio ecuaciones con radicales

Resuelve la siguiente ecuación $\sqrt{5x+1} = \sqrt{x^2-5}$

Solución

$$\sqrt{5x+1} = \sqrt{x^2-5}; (\sqrt{5x+1})^2 = (\sqrt{x^2-5})^2; 5x+1 = x^2-5;$$

$$x^2 - 5 - 5x - 1 = 0; \quad x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 * 1 * (-6)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2};$$

Las soluciones son $x = \frac{5 + 7}{2} = 6$ y $x = \frac{5 - 7}{2} = -1$; $x = 6$ y $x = -1$;

Prueba:

Para $x = 6$; $\sqrt{5x + 1} = \sqrt{x^2 - 5}$; $\sqrt{5 * 6 + 1} = \sqrt{6^2 - 5}$;

$\sqrt{30 + 1} = \sqrt{36 - 5}$; $\sqrt{31} = \sqrt{31}$ la solución es valida;

Para $x = -1$; $\sqrt{5x + 1} = \sqrt{x^2 - 5}$; $\sqrt{5 * (-1) + 1} = \sqrt{(-1)^2 - 5}$;

$\sqrt{5 + 1} = \sqrt{(-1)^2 - 5}$; $\sqrt{6} = \sqrt{-4}$ la solución no es valida;

32. Ejercicio ecuaciones con radicales

En un triángulo rectángulo el lado mayor es 3cm más largo que el mediano el cual a su vez es 3cm más largo que el pequeño. ¿Cuanto miden los lados?

$$a^2 + b^2 = c^2; \quad x^2 + (x + 3)^2 = (x + 6)^2 ;$$

$$x^2 + x^2 + 6x + 9 = x^2 + 12x + 36$$

$$2x^2 - x^2 + 6x + 9 - 12x - 36 = 0;$$

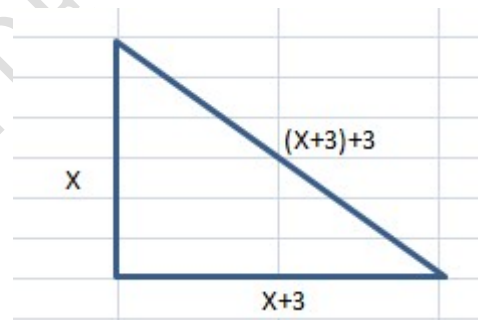
$$x^2 - 6x - 27 = 0;$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 * 1 * (-27)}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{2};$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{6 \pm 12}{2};$$

Las soluciones son $x = \frac{6 + 12}{2} = \frac{18}{2} = 9$ y $x = \frac{6 - 12}{2} = \frac{-6}{2} = -3$; $x = 9$ y $x = -3$;

Solo es válida la solución positiva. Los lados miden son 9cm ; 12cm y 15cm



3.3 Ecuaciones bicuadradas

La solución de las ecuaciones bicuadradas del tipo

La solución de las ecuaciones bicuadradas del tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$;

se halla de la siguiente forma:

Hacemos un cambio de variable $t = x^2$; luego $x^4 = t^2$; con lo que tenemos

$$at^2 + bt + c = 0:$$

- Esta expresión es una ecuación de segundo grado y se resuelve con la fórmula:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

- Las ecuaciones bicuadradas al ser de grado 4 tienen cuatro soluciones

33. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

Resuelve la siguiente ecuación $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Solución

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; hacemos el cambio de variable $t = x^2$;

$$t^2 - 13t + 36 = 0;$$

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2};$$

$$\text{Las soluciones son } t = \frac{13 + 5}{2} = 9; \quad t = \frac{13 - 5}{2} = 4; \quad t = 9 \text{ y } t = 4$$

$$t = x^2; \quad x = \pm\sqrt{t}; \quad x = \pm\sqrt{9}; \quad x = 3 \text{ y } x = -3;$$

$$x = \pm\sqrt{4}; \quad x = 2 \text{ y } x = -2;$$

$$\text{Las soluciones de la ecuación son } x = 2, x = -2, x = 3 \text{ y } x = -3;$$

34. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

Resuelve la siguiente ecuación $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

Solución

$x^4 - 9x^2 + 20 = 0$; hacemos el cambio de variable, $t = x^2$;

$$t^2 - 9t + 20 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2};$$

$$\text{Las soluciones son } t = \frac{9 + 1}{2} = 5 \text{ y } t = \frac{9 - 1}{2} = 4;$$

$$t = x^2; \quad x = \pm\sqrt{t}; \quad x = \pm\sqrt{5}; \quad x = +\sqrt{5} \text{ y } x = -\sqrt{5}; \quad -$$

$$x = \pm\sqrt{4}; \quad x = 2 \text{ y } x = -2$$

$$\text{Las soluciones de la ecuación son } x = 2, x = -2, x = +\sqrt{5} \text{ y } x = -\sqrt{5};$$

35. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

Resuelve la siguiente ecuación $3x^4 - 12x^2 = 0$

Solución

$$3x^4 - 12x^2 = 0, \text{ sacamos factor } \Rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0;$$

$$\text{Las soluciones son: una doble } x = 0 \text{ y } (x^2 - 4) = 0; x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4}$$

$$\text{Las soluciones de la ecuación son } x = 0, \quad x = 0, x = 2 \text{ y } x = -2;$$

36. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } 7x^4 - 63x^2 = 0$$

Solución

$$7x^4 - 63x^2 = 0; \text{ sacamos factor común } \Rightarrow 7x^2(x^2 - 9) = 0;$$

$$\text{Una solución es doble } x = 0 \text{ y las otras } (x^2 - 9) = 0; x^2 = 9; x = \pm\sqrt{9}$$

$$\text{Las soluciones de la ecuación son } x = 0, \quad x = 0, x = 3 \text{ y } x = -3;$$

37. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } 7x^4 - 112 = 0$$

Solución

$$7x^4 - 112 = 0; x^4 = \frac{112}{7} = 16; x = \sqrt[4]{16}; x = \pm\sqrt[4]{2^4}; x = \pm 2;$$

$$\text{Una solución doble es } x = +2 \text{ y la otra doble } x = -2;$$

$$\text{Las soluciones de la ecuación son } x = 2, x = 2, x = -2 \text{ y } x = -2;$$

38. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

Solución

$$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0, \text{ hacemos el cambio de variable, } t = x^2;$$

$$4t^2 - 5t + 1 = 0; t = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8};$$

$$\text{Las soluciones son } t = \frac{5 + 3}{8} = 1 \text{ y } t = \frac{5 - 3}{8} = \frac{1}{4};$$

$$t = x^2; x = \pm\sqrt{t}; x = \sqrt{1} = \pm 1; x = 1 \text{ y } x = -1;$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}; x = \frac{1}{2} \text{ y } x = -\frac{1}{2};$$

$$\text{Las soluciones de la ecuación son } x = 1, x = -1, x = +\frac{1}{2} \text{ y } x = -\frac{1}{2};$$

39. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

$$\text{Resuelve la siguiente ecuación } 3x^4 + 75x^2 = 0$$

Solución

$$3x^4 + 75x^2 = 0, \text{ sacamos factor común } 3x^2(x^2 + 25) = 0$$

$$\text{Una solución doble es } x = 0 \text{ y la otra } (x^2 + 25) = 0; x^2 = -25;$$

$x = \pm\sqrt{-25}$ no es solución en el conjunto de los números reales.

Las soluciones de la ecuación son $x = 0, x = 0, x = +\sqrt{-25}$ y $x = -\sqrt{-25}$

40. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

Resuelve la siguiente ecuación $x^4 + 9 = 10x^2$

Solución

$x^4 + 9 = 10x^2$; $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; Hacemos cambio de variables $t = x^2$;

$$t^2 - 10t + 9 = 0; t = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} =$$

$$\frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}; \text{ Las soluciones son } t = \frac{10 + 8}{2} = 9 \text{ y } t = \frac{10 - 8}{2} = 1;$$

Las soluciones son $t=9$ y $t=1$

$$t = x^2; x = \pm\sqrt{t}; x = \pm\sqrt{9}; x = 3 \text{ y } x = -3; x = \pm\sqrt{1}; x = 1 \text{ y } x = -1;$$

$$x = \pm\sqrt{1}; x = +1; x = -1$$

Las soluciones de la ecuación son $x = 1, x = -1, x = 3$ y $x = -3$;

41. Ejercicio ecuaciones bicuadradas

Resuelve la siguiente ecuación $x^4 = -5x^2 - 4$;

Solución

$x^4 = -5x^2 - 4$; $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$; hacemos el cambio de variable $t = x^2$;

$$t^2 + 5t + 4 = 0; t = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2};$$

$$\text{Las soluciones son } t = \frac{-5 + 3}{2} = -\frac{2}{2} = -1; t = \frac{-5 - 3}{2} = -\frac{8}{2} = -4;$$

$$t = x^2; x = \pm\sqrt{t}; x = \pm\sqrt{-1}; \text{ no hay solución en el conjunto de los números reales;}$$

$$x = \pm\sqrt{-4}; \text{ no hay solución en el conjunto de los números reales;}$$

3.4 Inecuaciones

Una inecuación es una expresión algebraica formada por dos términos separados por los signos $<$; $>$; $\leq$; $\geq$

3.4.1 Propiedades de las inecuaciones

- Al sumar o restar a ambos miembros una misma cantidad, la desigualdad no varía.
 $5x^2 < 3$; *sumamos 2* $\Rightarrow 5x^2 + 2 < 3 + 2$; $2 + 5x^2 < 5$
- Al multiplicar o dividir ambos miembros, por un mismo número positivo, la desigualdad no varía
 $5x^2 < 3$; *Multiplicamos por 2* $\Rightarrow 5x^2 * 2 < 3 * 2$; $10x^2 < 6$
- Al multiplicar o dividir ambos miembros, por un mismo número negativo, la desigualdad cambia de sentido
 $5x^2 < 3$; *Multiplico por -2* $\Rightarrow 5x^2 * (-2) > 3 * (-2)$; $-10x^2 > -6$

42. Ejercicio inecuaciones

Resuelve la siguiente inecuación $3x - 7 < 3$

Solución

$$3x - 7 < 3; 3x < 3 + 7; 3x < 10; x < \frac{10}{3}$$

La solución son los valores del intervalo $(-\infty, \frac{10}{3})$



43. Ejercicio inecuaciones

Resuelve la siguiente inecuación $4(x - 1) + 2 < 6x - 7$

Solución

$$4(x - 1) + 2 < 6x - 7; 4x - 4 + 2 < 6x - 7; 6x - 4x > -4 + 2 + 7;$$

$$2x > 5; x > \frac{5}{2}$$

La solución es el intervalo $(\frac{5}{2}, +\infty)$



44. Ejercicio inecuaciones

Resuelve las siguientes inecuaciones a) $2x + 4 \geq 0$; b) $-2x + 7 \geq \frac{x}{2} - 3$;

Solución

a) $2x + 4 \geq 0$; $2x \geq -4$; $x \geq -2$;

La solución es el intervalo $[-2, +\infty)$

b) $-2x + 7 \geq \frac{x}{2} - 3$; $-4x + 14 \geq x - 6$; $-4x - x \geq -6 - 14$; $5x \leq 20$; $x \leq 4$;

La solución es el intervalo $(-\infty, 4]$

45. Ejercicio inecuaciones

Resuelve las siguientes inecuaciones a) $2x + 7 \leq 3$;

b) $3 - x > 9$; c) $4 \leq 2x - 2$; d) $4 - 3x \geq x - 9$

Solución

a) $2x + 7 \leq 3$; $2x \leq -7 + 3$; $2x \leq -4$; $x \leq -2$

La solución es el intervalo $(-\infty, -2]$

b) $3 - x > 9$; $-x > 9 - 3$; $-x > 6$; $x < -6$

La solución es el intervalo $(-\infty, -6)$

c) $4 \leq 2x - 2$; $4 + 2 \leq 2x$; $6 \leq 2x$; $3 \leq x$

La solución es el intervalo $[-3, +\infty)$

d) $3 - 3x \geq x - 9$; $-3x - x \geq -9 - 3$; $-4x \geq -12$; $4x \leq 12$; $x \leq 3$

La solución es el intervalo $(-\infty, 3]$

46. Ejercicio inecuaciones

Resuelve la siguiente inecuación $\frac{7 - 3x}{2} < x + 1$;

Solución

$\frac{7 - 3x}{2} < x + 1$; $7 - 3x < 2x + 2$; $-3x - 2x < 2 - 7$; $-5x < -5$; $x > 1$

La solución es el intervalo $(1, +\infty)$

47. Ejercicio inecuaciones

Resuelve la siguiente inecuación $\frac{x + 4}{3} + 3 \geq \frac{x + 10}{6}$;

Solución

$\frac{x + 4}{3} + 3 \geq \frac{x + 10}{6}$; $2x + 8 + 18 \geq x + 10$; $2x - x \geq 10 - 8 - 18$; $x \geq -16$;

La solución es el intervalo $[-16, +\infty)$

48. Ejercicio inecuaciones

Resuelve las siguientes inecuaciones $2x - 2(3x - 5) < x$

Solución

$2x - 2(3x - 5) < x$; $2x - 6x + 10 < x$; $2x - 6x - x < -10$; $-5x < -10$;

$5x > 10$; $x > 2$

La solución es el intervalo $(2, +\infty)$

49. Ejercicio inecuaciones

Resuelve la siguiente inecuación $x - 1 - \frac{x - 1}{3} \geq 0$;

Solución

$x - 1 - \frac{x - 1}{3} \geq 0$; $3x - 3 - x + 1 \geq 0$; $2x - 2 \geq 0$; $2x \geq 2$; $x \geq 1$

La solución es el intervalo $[1, +\infty)$

50. Ejercicio inecuaciones

Resuelve la siguiente inecuación $-2(-x - 1) < 3(1 - x) + 9$

Solución

$$-2(-x - 1) < 3(1 - x) + 9; +2x + 2 < 3 - 3x + 9; 5x < 3 + 9 - 2; 5x < 10; x < 2;$$

La solución es el intervalo $(-\infty, 2)$

ANGEL HERNANDEZ DE CASTRO

3.4.2 Resolución de inecuaciones de grado superior a dos

Para resolver inecuaciones polinómicas de grado superior a dos, descomponemos el polinomio en factores y resolvemos la inecuación mediante la regla de los signos del producto.

Ejemplo:

a) $x^3 - x^2 - 6x > 0$ dado que la desigualdad es mayor que 0 consideramos

los valores positivos, si fuera menor que 0 consideraríamos los signos negativos.

Descomponemos en factores $x(x^2 - x - 6) > 0$;

$$x^2 - x - 6 = 0; x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2};$$

$$x = \frac{1 + 5}{2} = 3 \text{ y } \frac{1 - 5}{2} = -\frac{4}{2} = -2;$$

Las soluciones de la ecuación son $x = 0$; $x = 3$ y $x = -2$;

La descomposición del polinomio, quedará

$$x^3 - x^2 - 6x > 0; x(x - 3)(x + 2) > 0$$

Preparamos una tabla poniendo a la izquierda cada factor y en la primera columna el valor de las raíces del polinomio

Calculamos el valor de cada uno de los factores en los intervalos I, II, III y IV.

(x) Para valores de $x < -2$, el valor de x es negativo.

Entre los valores de x entre -2 y 0 el valor de x es negativo. Entre 0 y 3 el valor de x es positivo y para valores > 3 x es positivo.

Hacemos esto para cada uno de los factores del polinomio

(x-3) Para valores de $x < -2$ el valor de (x-3) es negativo.

Para valores de x -2 y 0 es negativo. Para valores de x entre 0 y 3 el valor es negativo. Para valores de $x > 3$ es positivo

(x+2) Para valores menores de -2 el valor de (x+2) es negativo.

Para valores entre -2 y 0 es positivo. Para valores entre 0 y 3 el valor es positivo. Para valores > 3 es positivo

	I	II	III	IV
	-2	0	3	
x	-	-	+	+
x-3	-	-	-	+
x+2	-	+	+	+
$x^3 - x^2 - 6$	-	+	-	+

Aplicamos la regla de los signos para que $x^3 - x^2 - 6 > 0$

La solución está en los intervalos donde el polinomio es positivo;

$$-2 < x < 0 \cup 3 < x < +\infty$$

b) $x^3 - x^2 - 6 < 0$, Dado que el polinomio tiene que ser < 0 ,

la solución está en los intervalos donde el polinomio es negativo

$$-\infty < x < -2 \cup 0 < x < 3$$

51. Ejercicio inecuaciones de grado superior a 2

Resuelve la siguiente inecuación $x^2 - 10x + 21 > 0$;

Solución

$$x^2 - 10x + 21 = 0;$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{10 \pm 4}{2}$$

$$\text{Las soluciones son } x = \frac{10 + 4}{2} = \frac{14}{2} = 7; x = \frac{10 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3;$$

$$x^2 - 10x + 21 > 0; (x - 7)(x - 3) > 0$$

	I	II	III
	3		7
$x-7$	-	-	+
$x-3$	-	+	+
$x^2 - 10x + 21$	+	-	+

Como el valor del polinomio tiene que ser >0 , la solución de la inecuación es

$$-\infty < x < 3 \cup 7 < x < +\infty; (-\infty, 3) \cup (7, +\infty)$$

52. Ejercicio inecuaciones de grado superior a 2

Resuelve la siguiente inecuación $x^2 - 9 \leq 0$;

Solución

$$x^2 - 9 \leq 0;$$

$$x^2 = 9; x = \pm\sqrt{9}; x = \pm 3; \text{ las soluciones son } x = 3 \text{ y } x = -3$$

$$x^2 - 9 \leq 0; (x - 3)(x + 3) \leq 0;$$

	I	II	III
	- 3		+3
$x-3$	-	-	+
$x+3$	-	+	+
$x^2 - 9 \leq 0$	+	-	+

Como el valor del polinomio tiene que ser ≤ 0 , la solución de la inecuación es

$$-3 \leq x \leq 3; [-3, +3];$$

53. Ejercicio inecuaciones de grado superior a 2

Resuelve la siguiente inecuación $x^2 - 4x \geq 0$;

Solución

$x^2 - 4x = x(x - 4) = 0$; las soluciones son $x = 0$ y $x = 4$;

$x^2 - 4x \geq 0$; $x(x - 4) \geq 0$;

	I	II	III
	0		+4
x	-	+	+
x-4	-	-	+
$x^2 - 4x \geq 0$	+	-	+

Como el valor del polinomio tiene que ser ≥ 0 , la solución de la inecuación es

$$-\infty < x < 0 \cup 4 < x < +\infty \quad (-\infty, 0] + \cup [4, +\infty)$$

54. Ejercicio inecuaciones de grado superior a 2

Resuelve la siguiente inecuación $(x - 1)(x - 5) < 0$;

Solución

$(x - 1)(x - 5) < 0$; La soluciones son $x = 1$ y $x = 5$;

	I	II	III
	+1		+5
x-1	-	+	+
x-5	-	-	+
$(x - 1)(x - 5) < 0$	+	-	+

Como el valor del polinomio tiene que ser < 0 , la solución de la inecuación es

$$1 < x < 5; \quad (1, 5)$$

55. Ejercicio inecuaciones de grado superior a 2

Resuelve la siguiente inecuación $(x + 2)(x - 3) \geq 0$;

Solución

$(x + 2)(x - 3) \geq 0$; Las soluciones son $x = -2$ y $x = 3$;

	I	II	III
	-2		+3
$x+2$	-	+	+
$x-3$	-	-	+
$(x+2)(x-3) \geq 0$	+	-	+

Como el valor del polinomio tiene que ser ≥ 0 , la solución de la inecuación es:

$$-\infty < x < -2 \cup 3 < x < +\infty; (-\infty, -2] + U [3, +\infty)$$

56. Ejercicio inecuaciones de grado superior a 2

Resuelve la siguiente inecuación $(4 - x)(2 + x) \geq 0$;

Solución

$(4 - x)(2 + x) \geq 0$; las soluciones son $x = 4$ y $x = -2$;

	I	II	III
	-2		+4
$x+2$	-	+	+
$x-4$	-	-	+
$(x+2)(x-4) \geq 0$	+	-	+

Como el valor del polinomio tiene que ser ≥ 0 , la solución de la inecuación es

$$-\infty < x < -2 \cup 4 < x < +\infty; (-\infty, -2] + U [4, +\infty);$$

3.4.3 Resolución de inecuaciones fraccionarias

Una inecuación es fraccionaria cuando la variable se encuentra en el denominador de la fracción. En este caso si no podemos quitar el denominador, ya que después de simplificar el denominador común, que tiene la incógnita puede ser positivo negativo o nulo según el valor de la variable.

Los problemas se resuelven por el mismo método que las inecuaciones de grado superior a 2 teniendo en cuenta que el denominador nunca puede ser 0.

Las raíces del denominador, independientemente del signo de la desigualdad, tienen que ser abiertas.

Ejemplo:

$$\frac{3x-2}{x-1} > 1; \frac{3x-2}{x-1} - 1 > 0 \text{ Hallamos el comun denominador y simplificamos;}$$

$$\frac{3x-2}{x-1} - 1 > 0; \frac{3x-2}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} > 0; \frac{3x-2-x+1}{x-1} > 0; \frac{2x-1}{x-1} > 0$$

Para que la fracción sea positiva numerador y denominador deben ser los dos positivos o los dos negativos.

Hallamos los puntos que hacen 0 el numerador y el denominador

$$x-1=0; x=1; \quad 2x-1=0 \quad x=\frac{1}{2};$$

Estudiamos, como en el caso anterior, los valores del numerador y denominador en estos intervalos teniendo en cuenta que el denominador nunca puede ser 0

	I	II	III
	+0,5		+1
$x - 0,5$	-	+	+
$x-1$	-	-	+
$\frac{2x-1}{x-1}$	+	-	+

La inecuación $\frac{3x-2}{x-1} > 1$ se cumple para el siguiente intervalo de valores.

$$-\infty < x < 0,5 \cup 1 < x < +\infty; (-\infty, 0,5) \cup (1, +\infty);$$

57. Ejercicio inecuaciones fraccionarias

Resuelve la siguiente inecuación $\frac{x-2}{x-4} \geq 0$;

$$\frac{x-2}{x-4} \geq 0, x \neq 4; \text{ Las soluciones son } x = 2 \text{ y } x = 4$$

	I	II	III
	+2		+4
$x-2$	-	+	+
$x-4$	-	-	+
$\frac{x-2}{x-4}$	+	-	+

La inecuación $\frac{x-2}{x-4} \geq 0$ se cumple para el siguiente intervalo de valores

$$-\infty < x \leq 2 \cup 4 < x < +\infty; -\infty, +2] \cup (+4, +\infty);$$

58. Ejercicio inecuaciones fraccionarias

Resuelve la siguiente inecuación $\frac{x+2}{x-3} \geq 2$;

Solución

$$\frac{x+2}{x-3} \geq 2; \frac{x+2}{x-3} - 2 \geq 0; \frac{x+2}{x-3} - 2 \frac{x-3}{x-3} \geq 0; \frac{x+2}{x-3} - \frac{2x-6}{x-3} \geq 0; \frac{x+2-2x+6}{x-3} \geq 0;$$

$$\frac{-x+8}{x-3} \geq 0; \text{ las raíces son } -x+8=0; x=8; x-3=0; x=3;$$

	I	II	III
	+3		+8
$x-3$	-	+	+
$-x+8$	+	+	-
$\frac{-x+8}{x-3}$	-	+	-

$\frac{x+2}{x-3} \geq 2$; se cumple para el siguiente intervalo de valores ;

$$(+3 < x \leq +8; (+3, +8])$$

59. Ejercicio inecuaciones fraccionarias

Resuelve la siguiente inecuación $\frac{x^2+4}{x^2-4} \geq 0$;

Solución

$$\frac{x^2+4}{x^2-4} \geq 0; x^2+4=0; x=\sqrt{-4}; \text{ No hay solución en el conjunto de}$$

los números reales. El numerador siempre será positivo.

$$x^2 - 4 = 0; x = \sqrt{4}; \text{ las soluciones son } x = 2 \text{ y } x = -2;$$

Como el denominador no se puede anular $x \neq +2$ y $x \neq -2$;

	I	II	III
	-2		+2
$x-2$	-	-	+
$x+2$	-	+	+
$x^2 - 4$	+	-	+

$$\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} \geq 0; \text{ se cumple para el siguiente intervalo de valores ;}$$

$$(-\infty < x < -2) \cup (+2 < x < \infty); (-\infty, -2) \cup (+2, +\infty);$$

60. Ejercicio inecuaciones fraccionarias

Resuelve la siguiente inecuación $\frac{x^2 - 1}{-x^2 + 2x - 1} \leq 0$;

Solución

Hallamos las raices

$$\frac{x^2 - 1}{-x^2 + 2x - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{-(x-1)(x-1)} = \frac{(x+1)}{-(x-1)} = 0;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(-1)(-1)}}{2(-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1; \text{ solucion doble}$$

$$\frac{x+1}{-(x-1)} \leq 0; x-1 \neq 0;$$

	I	II	III
	-1		+1
$-(x-1)$	+	+	-
$x+1$	-	+	+
$\frac{(x+1)}{-(x-1)}$	-	+	-

$$\frac{x^2 - 1}{-x^2 + 2x - 1} \leq 0; \text{ se cumple para los siguientes intervalos de valores}$$

$$(-\infty < x \leq -1) \cup (+1 < x < \infty); (-\infty, -1] \cup (+1, +\infty)$$

61. Ejercicio inecuaciones fraccionarias

Resuelve la siguiente inecuación $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \leq 0$;

Solución

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+2)}; \text{ Las raices son } x = 1; x = -1; x = 2 \text{ y } x = -2;$$

$x^2 - 4$ tiene que ser distinto de 0 ; $x \neq \pm 2$;

	I	II	III	IV	V
	-2	-1	+1	+2	
$x-1$	-	-	-	+	+
$x+1$	-	-	+	+	+
$x^2 - 1$	+	+	-	+	+
$x-2$	-	-	-	-	+
$x+2$	-	+	+	+	+
$x^2 - 4$	+	-	-	-	+
$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$	+	-	+	-	+

$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \leq 0$; Se cumple para el siguiente intervalo de valores

$$(-2 < x \leq -1) \cup (+1 \leq x < +2); (-2, -1] \cup [+1, +2)$$

62. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Luis tiene 4 libros más que Julia; Julia tiene 4 libros más que Angel y Angel tiene 4 libros más que Sara. Entre los cuatro tienen 60 libros . ¿Cuántos libros tienen cada uno?.

Solución

Luis tiene x libros = 9 libros

Julia tiene $x+4$ = 13 libros

Angel tiene $x+8$ = 17 libros

Sara tiene $x+12$ = 21 libros

En total =60

$$x + (x + 4) + (x + 8) + (x + 12) = 60; x + x + 4 + x + 8 + x + 12 = 60$$

$$4x + 24 = 60; 4x = 60 - 24; 4x = 36; x = \frac{36}{4} = 9;$$

63. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Un grupo de amigos van al parque de atracciones 3 son adultos y 4 niños. Si el billete del adulto cuesta el doble que el del niño y han pagado 100 euros. ¿Cuánto cuesta cada billete?

Solución

Cada billete de niño cuesta x = 10 Euros

Cada billete de adulto cuesta $2x$ = 20 euros

$$3 * 2x + 4 * x = 100; 6x + 4x = 100; 10x = 100; x = 10;$$

64. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Halla tres números enteros consecutivos cuya suma sea 33

Solución

Un número es x

El segundo $x+1$

El tercero $x+2$

$$X + (x + 1) + (x + 2) = 33; x + x + 1 + x + 2 = 33; 3x + 3 = 33;$$

$$3x = 33 - 3; 3x = 30; x = \frac{30}{3} = 10;$$

Los números son el primero 10, el segundo 11 y el tercero 12

65. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

El transporte en taxis cuesta 5 euros, de bajada de bandera 2 euros y 1 euro por km recorrido. Si hemos pagado 12 euros. ¿Qué trayecto hemos recorrido?

Solución

Bajada de bandera se paga 2 E

Por km $1 * x$ (x =número de Km recorridos)

$$12 = 2 + 1 + x; 12 = 3 + x; x = 12 - 3; x = 10 \text{ Km};$$

66. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

¿Cuántos amigos hay en una pandilla sabiendo que si cada uno hace un regalo a todos los otros, en total reparten 30 regalos?.

Solución

Numero de amigos x

Cada uno hace un regalo a los otros, luego cada uno regala a $(x-1)$

El numero de regalos será $x * (x - 1) = 30; x^2 - x = 30; x^2 - x - 30 = 0;$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1) - 4 * 1 * (-30)}}{2 * 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{1 \pm 11}{2};$$

$$\text{Tomamos la solución positiva } x = \frac{1 + 11}{2} = \frac{12}{2} = 6;$$

Numero de amigos 6;

Prueba

El primer amigo regala a 5;

2 " " a 5;

3 " " a 5;

4 " " a 5;

5 " " a 5;

6 " " a 5;

$$\text{Total de regalos} = 6 * 5 = 30$$

67. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Pedro tiene entre 6 y 10 años. Javier 4 años menos que Pedro y Luisa 6 años más que Javier. Determina los intervalos entre los que se encuentra Javier y Luisa?

Solución

$$\text{Pedro } 6 \leq x \leq 10$$

$$\text{Javier } (6-4) \leq x \leq (10-4) \Rightarrow 2 \leq x \leq 6$$

$$\text{Luisa } (6-4)+6 \leq x \leq (10-4)+6 \Rightarrow 8 \leq x \leq 12$$

68. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Descomponer el número 133 en dos partes, de forma que al dividir la parte mayor por la menor nos dé 4 de cociente y 8 de resto.

Solución

Parte mayor x

Parte menor $(133-x)$

Según la propiedad de la división ha de cumplirse

$$x = (133-x) \cdot 4 + 8;$$

$$x = 532 - 4x + 8; x + 4x = 540; 5x = 540; x = 108$$

La parte mayor es 108 y la menor 25.

Prueba

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 25} \\ 8 \quad 4 \end{array}$$

69. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Un hijo tiene 30 años menos que su padre y la edad de este es 4 veces la de su hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?

Solución

Edad del hijo x

Edad del padre $(x+30)$

$$\text{Se ha de cumplir que } x+30=4x; 4x-x=30; 3x=30, x=10$$

Edad del hijo $x=10$ años

Edad del padre $(x+30)=10+30=40$ años

70. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

En un corral hay conejos y gallinas. En total suman 53 cabezas y 176 patas. ¿Cuántos conejos y gallinas hay en el corral?

Solución

Cada animal tiene una cabeza. Los conejos 4 patas y las gallinas 2.

Numero de conejos x

Numero de gallinas $53-x$

Ha de cumplir que el numero de patas será

$$x \text{ conejos} \cdot 4 \text{ patas cada uno} + (53-x) \text{ gallinas} \cdot 2 \text{ patas cada una};$$

$$4x + (53-x) \cdot 2 = 176; 4x + 106 - 2x = 176; 2x = 176 - 106; x = \frac{70}{2}; x = 35;$$

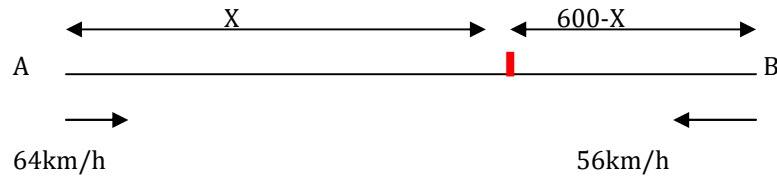
Numero de conejo $x = 35$

Numero de gallinas $53-x; 53-35=18;$

71. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Dos coches de línea salen simultáneamente desde dos ciudades que se encuentran a 600 km una de la otra. Si uno lleva una velocidad de 56 km/h y el otro va a 64 km/h. ¿A que distancia de las ciudades se encontrara y cuanto tiempo tardaran en encontrarse?.

Solución



Distancia que recorrerá A = X; tiempo que estará circulando t

Distancia que recorrerá B = 600 - X; tiempo que estará circulando t

Se ha de cumplir dado que el tiempo que están circulando los dos coches es el mismo :

$$x = \frac{64 \text{ Km}}{h} * t \text{ horas}; t = \frac{x}{64};$$

$$(600 - x) = 56 \frac{\text{km}}{h} * t \text{ horas}; 600 - x = 56t; t = \frac{600 - x}{56};$$

$$\frac{x}{64} = \frac{600 - x}{56}; 56 * x = (600 - x)64; 56x = 38400 - 64x;$$

$$64x + 56x = 38400; 120x = 38400; x = \frac{38400}{120}; x = 320 \text{ Km}$$

El coche A recorre 320 Km y tarda $t = 320/64 = 5$ horas

El coche B recorre $600 - 320 = 280$ Km y tarda las mismas 5 horas

72. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

En dos empresas hay un puesto de vendedor vacante. En la empresa A pagan un sueldo fijo de 400 E al mes y una prima de 50 euros por cada venta realizada. En la empresa B no hay sueldo fijo pero pagan 75 euros por venta realizada. ¿Qué número de ventas hay que realizar al mes para que salga más rentable la empresa B?.

Solución:

Número de ventas realizadas al mes x

Sueldo al mes de la empresa A: $400 + x * 50$

Sueldo al mes de la empresa B $x * 75$

Para que sea más rentable trabajar en la empresa B ha de cumplirse:

$$400 + 50 * x < 75x; 400 + 50x < 75x; 400 < 75x - 50x;$$

$$400 < 25x; \frac{400}{25} < x; 16 < x;$$

Si se hacen más de 16 ventas al mes es más interesante trabajar en la empresa B

Prueba

Haciendo 17 ventas al mes se cobraría:

Empresa A $400 + 50 * 17 = 400 + 850 = 1250$ Euros

Empresa B $75 * 17 = 1275$ Euros

73. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Queremos alquilar un coche por un día y consultamos sus precios en la pag web. La empresa A cobra un fijo de 50 euros día y 2 euros por Km recorrido. La empresa B cobra un fijo de 20 euros y 4 euros por km. ¿A partir de que numero de Km es más rentable una que la otra?

Solución:

Número de km a realizar x

Precio de alquiler en la empresa A: $50 + 2x$;

Precio de alquiler en la empresa B: $20 + 4x$;

Para que sea más rentable alquilar el coche en la empresa B ha de cumplirse:

$$50 + 2x < 20 + 4x; 50 - 20 < 4x - 2x; 30 < 2x; 15 < x;$$

Hasta 15Km es más rentable la compañía A. A partir de 15 es más rentable la B.

74. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

La hipotenusa de un triangulo rectángulo mide 100 cm y el cateto menor mide más de 60 cm . ¿Cuánto mide su cateto mayor?.

Solución:

Teorema de pitágoras

$$a^2 + b^2 = c^2; 100^2 - x^2 > 60^2;$$

$$100^2 - 60^2 > x^2; 10000 - 3600 > x^2;$$

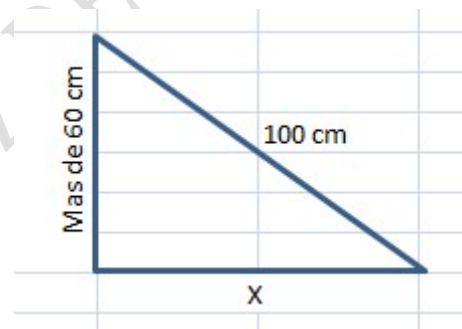
$$6400 > x^2; x < \sqrt{6400}; x < 80;$$

Prueba

Si el cateto menor mide $61 > 60$; el cateto mayor debería medir < 80

$$a^2 + b^2 = c^2; 100^2 - 61^2 = x^2; 10000 - 3721 = x^2; x = \sqrt{6279}; x = 79,24;$$

$$79,24 < 80$$



75. Ejercicio ecuaciones e inecuaciones

Hallar todos los números que cumplan que su cuadrado más 4 son igual o menor que 8.

Solución:

$$x^2 + 4 \leq 8; x^2 \leq 8 - 4; x^2 \leq 4; x \leq \pm 2$$

lo cumplen el conjunto de los numeros $-2 \leq x \leq 2$; $[-2, +2]$;