

FUNCIONES

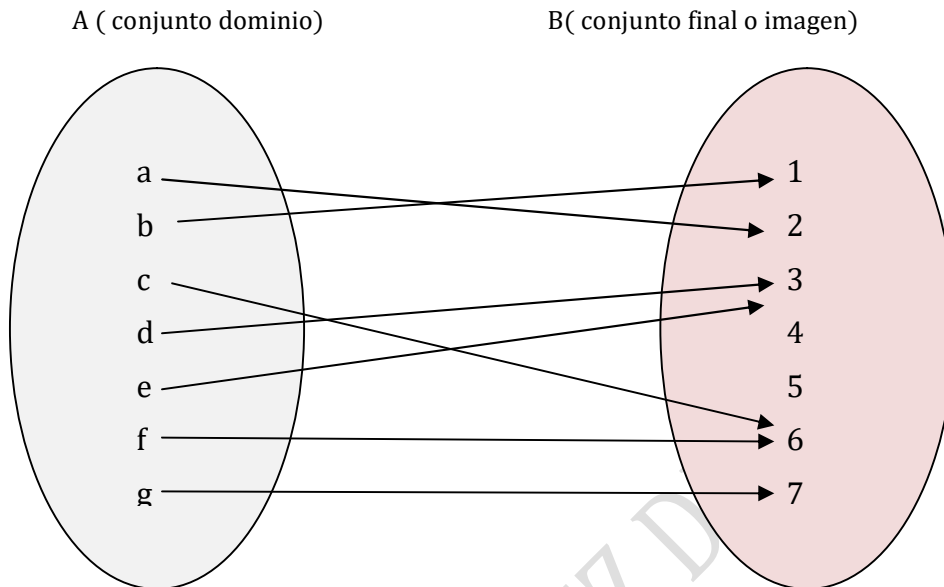
INDICE

Contenido

1	FUNCIONES :	2
1.1	TABLAS Y GRAFICAS.....	2
1.2	DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN	3
2	PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES	5
2.1	CONTINUIDAD	5
2.2	TIPOS DE DISCONTINUIDAD	5
2.3	PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES.....	6
2.4	CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO	6
2.5	MÁXIMOS Y MÍNIMOS.....	7
2.6	SIMETRÍAS	7
2.7	PERIODICIDAD	7
3	FUNCIONES POLINÓMICAS.....	8
3.1	FUNCIONES POLINÓMICAS DE PRIMER GRADO.....	8
3.2	FUNCIONES POLINÓMICAS DE SEGUNDO GRADO.....	10
4	FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA.....	22
5	FUNCIONES RACIONALES	23
6	GRAFICAS DE FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO	26
7	FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS.....	29
8	FUNCIONES CON RADICALES.....	32

1 Funciones :

Dados dos conjuntos A y B, llamamos función a la relación entre A y B, de forma que a cada elemento del conjunto A (dominio) le corresponde un único elemento en el conjunto B (conjunto final o conjunto imagen)



La imagen de a es 2, la de b es 1.....

$$f(a) = 2, f(b) = 1, f(c) = 6; f(d) = 3; f(e) = 4; f(f) = 6; f(g) = 7$$

Una función $f(x)=y$; es una relación entre dos magnitudes $f(x) = x-3$ o $y=x-3$; de forma que a cada valor de x (x perteneciente al conjunto Dominio, se le llama variable independiente), le corresponde una variable y (variable dependiente pues está asociada a x por la función $f(x)$ y pertenece al conjunto final o imagen.

Ejemplo:

$$y = x^2 - 4$$

x es la variable independiente e y es la variable dependiente $y=f(x)$

1.1 Tablas y graficas

Si tenemos una función $y = x^2 - 4$ la tabla de valores se realiza dando valores a x , sustituyéndolos en la función y obteniendo los valores de y (para cada valor de x obtenemos un solo valor de y)

Las graficas se obtienen a partir de la tabla de valores representando esos valores en un sistema de ejes cartesianos

Tabla de valores de la función Grafica de la función

$$y = x^2 - 4;$$

Para $x = -5$, $y = (-5)^2 - 4$; $y = 25 - 4 = 21$; $y = 21$;

Para $x = -4$, $y = (-4)^2 - 4$; $y = 16 - 4 = 12$; $y = 12$;

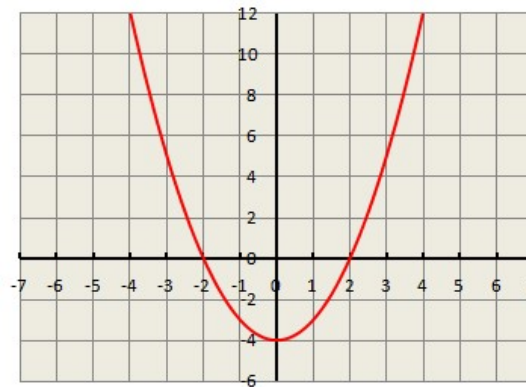
.....

Para $x = 0$, $y = (0)^2 - 4$; $y = 0 - 4 = -4$; $y = -4$;

Tabla de valores de la función

x	y
-5	21
-4	12
-3	5
-2	0
-1	-3
0	-4
1	-3
2	0
3	5
4	12
5	21

Grafica de la función



1.2 Dominio y recorrido de una función

Dominio de una función $f(x)$ es el conjunto de todos los valores que toma la variable independiente en $\mathbb{R}$ (conjunto de los números reales).

Recorrido de una función $f(x)$ es el conjunto de valores que toma la variable dependiente x en $\mathbb{R}$ (conjunto de los números reales)

1. Ejercicio funciones dominio y recorrido

Halla el dominio y el recorrido de la función

$$y = f(x) = \sqrt{x - 3}$$

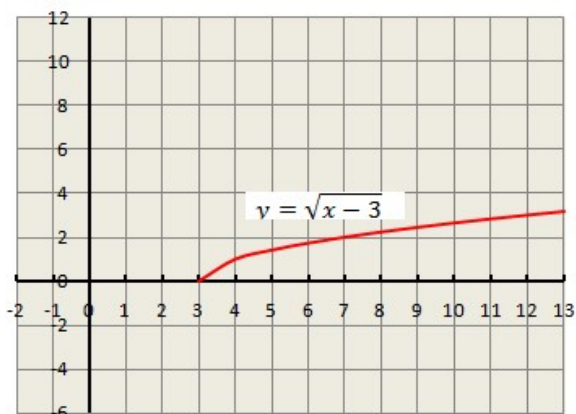
Solucion :

El dominio está formado por todos los valores que hacen $x - 3 \geq 0$, pues las raíces de los números negativos no pertenecen a $\mathbb{R}$

$$x \geq 3; \text{ Dominio } [3, \infty)$$

x	y
3	0
4	1
7	2
12	3
19	4
28	5

$$\text{Recorrido } [0, \infty)$$



2. Ejercicio funciones dominio y recorrido

Halla el dominio y el recorrido de la función

$$y = f(x) = \begin{cases} x - 4; & \text{si } -\infty < x \leq 0; \\ 2; & \text{si } 0 < x < 3; \\ -x; & \text{si } 3 \leq x \leq +\infty; \end{cases}$$

$$y = x - 4; \text{ si } -\infty < x \leq 0;$$

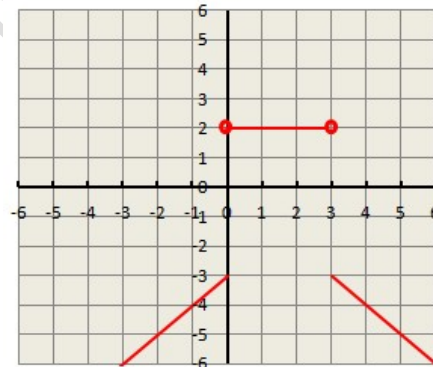
x	y
-6	-9
-5	-8
-4	-7
-3	-6
-2	-5
-1	-4
0	-3

$$y = 2 \text{ si } 0 < x < 3;$$

x	y
1	2
2	2

$$y = -x \text{ si } 3 \leq x \leq +\infty;$$

x	y
3	-3
4	-4
5	-5
6	-6
7	-7
8	-8
9	-9



Dominio de la función $(-\infty, +\infty)$

Recorrido $(-\infty, -3) \cup (2)$

3. Ejercicio funciones dominio y recorrido

Hallar el dominio y el recorrido de la función $f(x) = x^2 + 2x - 3$;

Solución:

Está definida para todos los números reales $\mathbb{R}$

Dominio $(-\infty, +\infty)$;

Recorrido $(-\infty, +\infty)$

4. Ejercicio funciones dominio y recorrido

Hallar el dominio y el recorrido de la función $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 2}$;

Solución:

La función $f(x)$ no está definida en el conjunto de los números reales, cuando el denominador es 0; La función no está definida para $x + 2 = 0$; $x = -2$

Dominio $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$;

Recorrido(3,1);

5. Ejercicio funciones dominio y recorrido

Hallar el dominio y el recorrido de la función $f(x) = \sqrt{x-1}$;

Solución:

La función $f(x)$ no está definida en el conjunto de los números reales, para raíces de números negativos. La función no está definida para $x - 1 = 0$; $x = 1$;

Dominio $(1, +\infty)$;

Recorrido $(0, +\infty)$;

2 Propiedades de las funciones

2.1 Continuidad

Una función es continua si puede dibujarse sin levantar el lápiz del papel

Los puntos donde se interrumpe la grafica son puntos de discontinuidad de la función y en ese caso la función es discontinua.

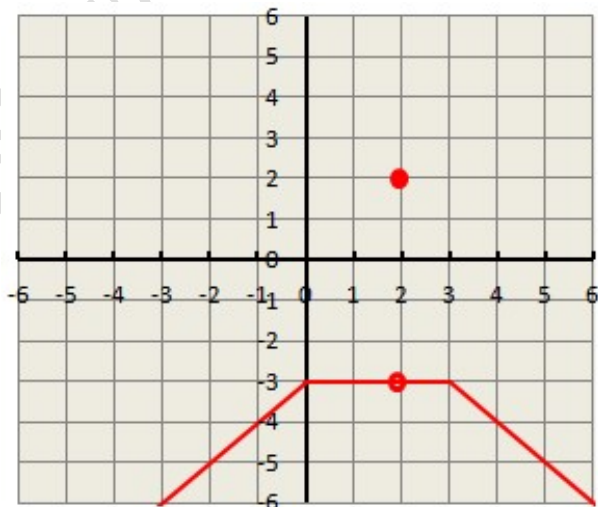
2.2 Tipos de discontinuidad

Discontinuidad evitable;

La función tiene una discontinuidad en el punto $x=2$.

Esta discontinuidad es evitable pues la función existe Para $x = 2$; $f(x) = 2$;

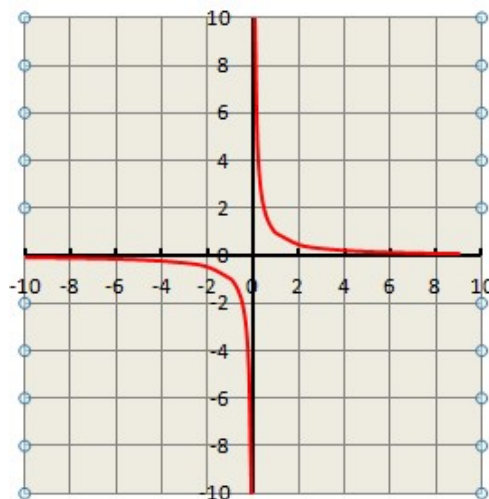
El dominio de la función es $(-\infty, +\infty)$



Discontinuidad no evitable. La función presenta punto de discontinuidad en el punto $x=0$.

La discontinuidad es no evitable pues la función no existe para $x=0$

El dominio es $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$



2.3 Puntos de corte con los ejes

Los puntos de corte con los ejes son los puntos de intersección entre la grafica y los ejes de coordenadas.

Los puntos de corte con el eje de abscisas (eje de las x) son del tipo $(a, 0)$

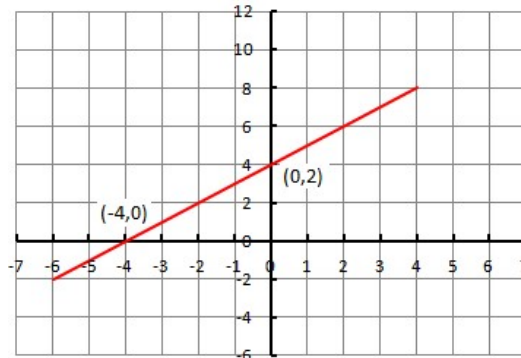
Los puntos de corte con el eje de ordenadas (eje de las y) son del tipo $(0, b)$

Ejemplo:

La función $y=f(x)=x+4$

Corta a los ejes en los puntos

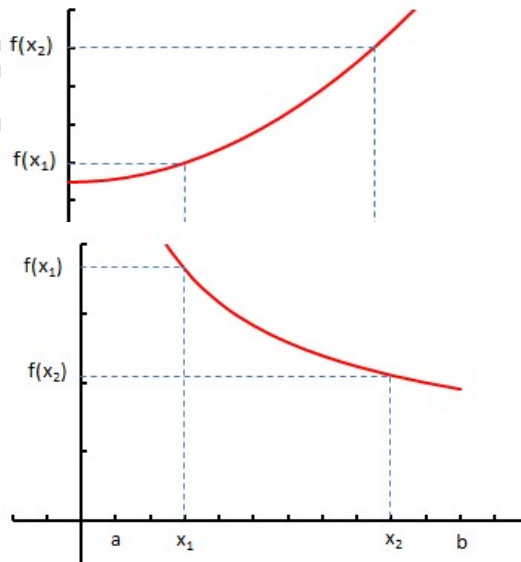
$(0,2)$ y $(-4,0)$



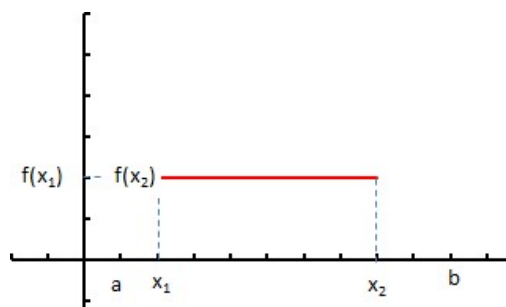
2.4 Crecimiento y decrecimiento

Dada la función $f(x)$ en el intervalo (a, b) podemos decir que la función es creciente, decreciente o constante en dicho intervalo si para cualquier par de puntos (x_1, x_2) tales que $x_1 < x_2$ se cumple:

$f(x_1) < f(x_2)$ la función es creciente en el intervalo (a, b)



$f(x_1) > f(x_2)$ la función es decreciente en el intervalo (a, b)



2.5 Máximos y mínimos

Máximo: Una función tiene un máximo en un punto x , cuando en ese punto la función pasa de ser creciente a decreciente

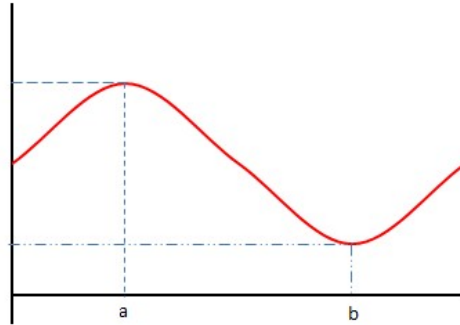
Ejemplo:

La función tiene un máximo en $x=a$;

Mínimo: Una función tiene un mínimo en un punto x , cuando en ese punto la función pasa de ser decreciente a creciente

Ejemplo:

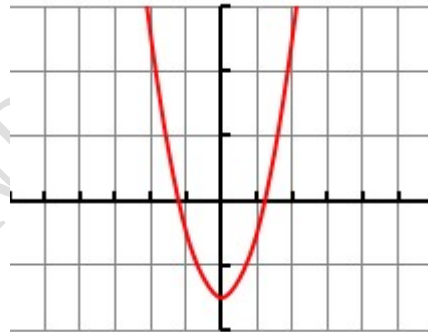
La función tiene un mínimo en $x=b$;



2.6 Simetrías

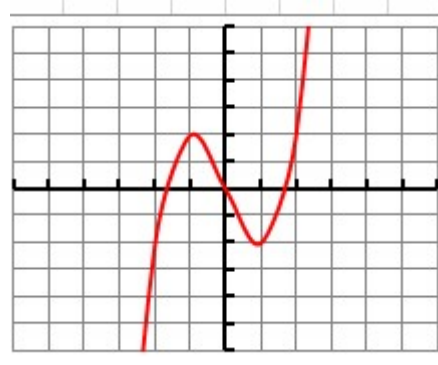
Las funciones pueden presentar dos tipos de simetrías:

Simetría respecto al eje Y: Una función se dice que es simétrica respecto al eje y cuando se cumple $f(-x) = f(x)$. Este tipo de función se denomina función par



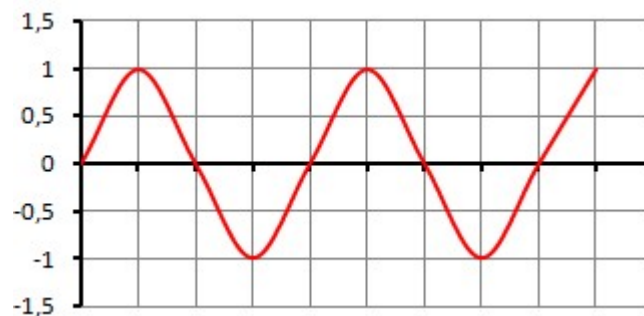
Simetría respecto al origen: Una función se dice que es simétrica respecto al origen cuando se cumple $f(-x) = -f(x)$,

Este tipo de función se denomina función impar



2.7 Periodicidad

Una función se dice que es periódica cuando los valores de la función $f(x)=y$, se repiten conforme se añade a la variable independiente un determinado valor (periodo) $f(x)=f(x+P)$ donde P es el período.



Ejemplo: $f(x)=y=\sin(x+P)$

El periodo es $360^\circ = 2\pi$

3 Funciones polinómicas

Una función polinómica es aquella cuya expresión algebraica es un polinomio

3.1 Funciones polinómicas de primer grado

Una función polinómica de primer grado son del tipo $f(x) = mx + n$, su grafica es una recta, donde m es la pendiente de la recta y n el punto donde esta corta al eje de ordenadas.

Estas funciones son continuas en todo $\mathbb{R}$ y cumplen que

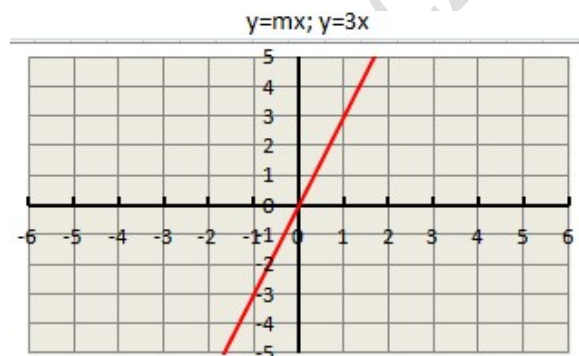
Si $m > 0$ son crecientes

Si $m < 0$ son decrecientes

En función del valor de n , la función :

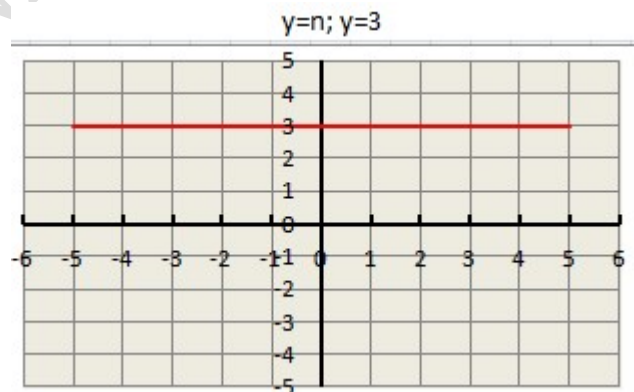
$$f(x) = mx + n$$

Si $n=0$; $y=mx$; es una **función lineal**. Su grafica es una recta que pasa por el origen



$$f(x) = n$$

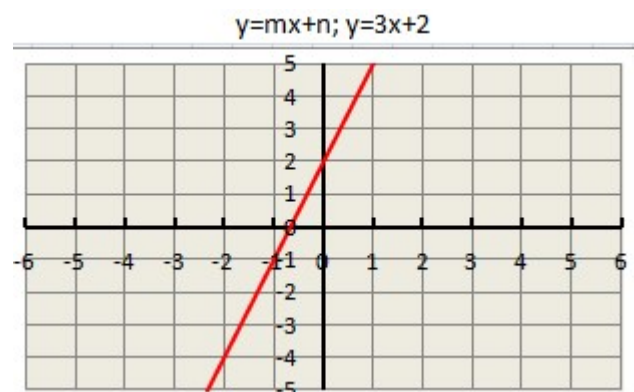
Si $m=0$; $y=n$; es una **función constante**. Su grafica es una recta paralela al eje de abscisas y que pasa por $(0, n)$



$$f(x) = mx + n$$

Donde m y n son distintos de 0.

$y=mx+n$; **la función se llama afín**. Su grafica es una recta, de pendiente " m " y que pasa por $(0, n)$.



6. Ejercicio funciones polinómicas de primer grado

Indicar de que tipo son estas funciones.

Indicar de que tipo son las siguientes funciones:

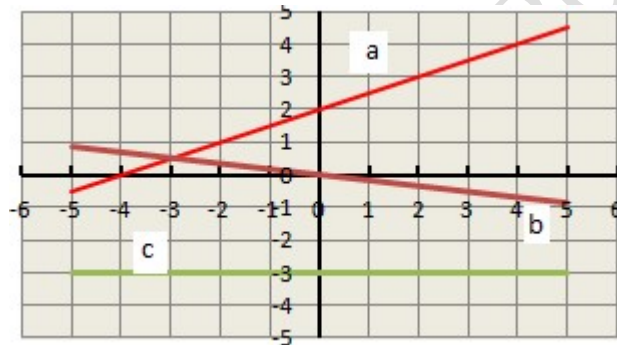
a) $f(x) = 0,5x + 2$;

b) $f(x) = -\frac{1}{6}x$;

c) $f(x) = -3$;

Solución.

- a) Es una función afín de pendiente 0,5 y que corta al eje de ordenadas (0,2)
- b) Es una función lineal de pendiente -1/6 que pasa por el origen
- c) Es una función constante que pasa por (0,-3)



7. Ejercicio funciones polinómicas de primer grado

Indica que tipo de recta es y determina su expresión algebraica:

Solución:

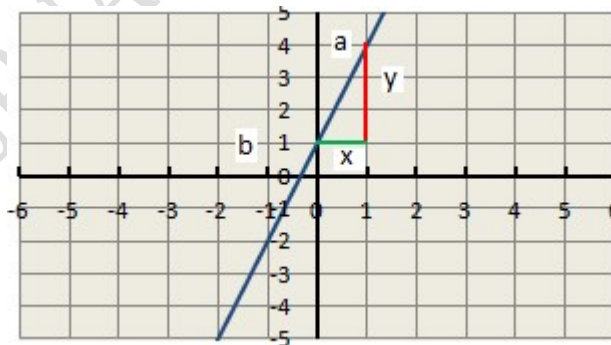
Tomamos dos puntos de la cuadrícula donde corte la recta en un vértice. Ejemplo a(1,4) y b(0,1)

Hallamos la pendiente de la recta (tangente que forma la recta con el eje de abscisas)

$$m = y/x; m = 3/1 = 3$$

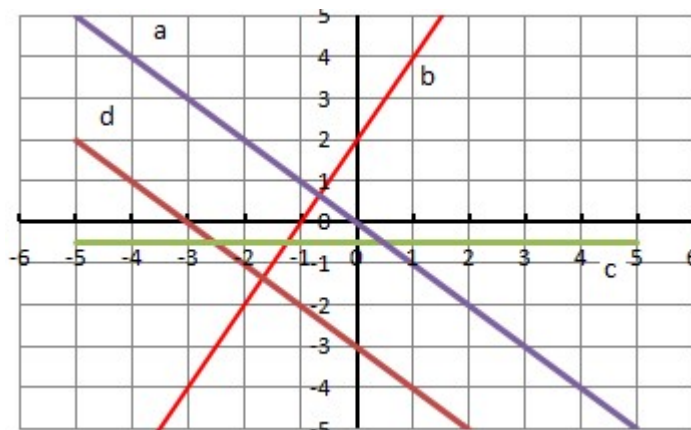
Hallamos el punto de corte del eje de ordenadas (0,1) ; n = 1

$$f(x) = 3x + 1; -3;$$



8. Ejercicio funciones polinómicas de primer grado

Asocia cada recta con su expresión algebraica



1) $y = 2x + 2$;

2) $y = -x - 3$;

3) $y = -\frac{1}{2}$;

4) $y = -x$;

Solución:

1 corresponde a la b, pendiente 2 y corta al eje de ordenadas en (0,2)

2 corresponde a la d, pendiente -1 corta al eje de ordenadas en (0,-3)

3 corresponde a la c, es constante y corta al eje de ordenadas en -1/2

4 corresponde a la a, pasa por el origen y tiene de pendiente -1

9. Ejercicio funciones polinómicas de primer grado

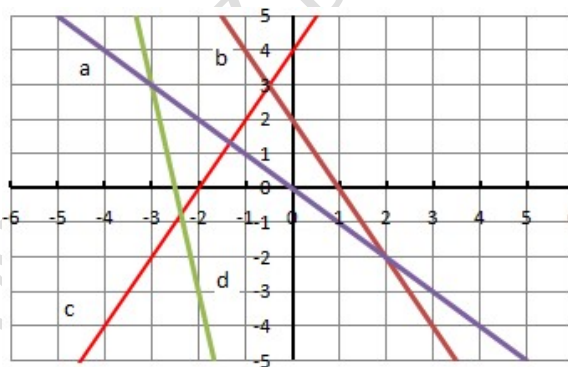
Calcula las expresiones algebraicas de las funciones representadas por estas rectas.

*Solución:*La recta a $\Rightarrow y = -x$;Pendiente $m = -1$, $n = 0$;

Corta al eje y (0,0);

La recta b $\Rightarrow y = -2x + 2$;Pendiente $m = \frac{-2}{1} = -2$;

Corta al eje y (0,2)

La recta c $\Rightarrow y = 2x + 4$; pendiente $= \frac{y}{x} = \frac{4}{2} = 2$; corta al eje de ordenadas (0,4)La recta d $\Rightarrow y = -6x - n$; pendiente $= \frac{y}{x} = \frac{-6}{1} = -6$;

corta al eje de ordenadas en la parte negativa (0, -12);

3.2 Funciones polinómicas de segundo grado

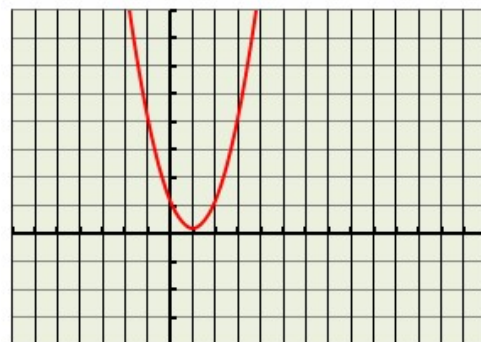
La función polinómica de segundo grado son funciones cuya expresión algebraica

es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$; donde $a \neq 0$; la grafica es una parábola

Sus características son:

El dominio de la función es $\mathbb{R}$

El vértice de la parábola es el punto en que la función pasa de ser decreciente a creciente o viceversa.



Tiene como eje de simetría la recta que pasa por el vértice y es paralela al eje de ordenadas

Si $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

Si $a < 0$ las ramas de la parábola van hacia abajo

El vertice de la parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$; es $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$

Si $b \neq 0$; el eje de simetría es $x = \frac{-b}{2a}$

- Si $b=0$ el eje de simetría coincide con el eje Y
- A y b tienen el mismo signo, el vértice está situado a la izquierda. Si tienen distinto signo el vértice está a la derecha.

10. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Representar las siguientes funciones:

$$y = f(x) = 2x^2 - 2$$

$$y = -2x^2 + 2$$

Solución:

Para representar la función hay que crear una tabla con un número grade de valores entre 8 ó 10, dependiendo de la función. Hallamos los puntos de corte con el eje de abscisas y el vertice y a partir de estos punto damos el resto de los valores.

$$y = f(x) = 2x^2 - 2;$$

Puntos de corte con los ejes;

Para $x = 0$; $y = -2$; Corta al eje y en $(0, -2)$

Para $y = 0$; $0 = 2x^2 - 2$; $2x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{1}$; $x = \pm 1$; Corta al eje x en $(-1, 0)$; $(1, 0)$

El eje de simetría es el eje y

Al ser $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

$$\text{El vertice es } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right); \frac{0}{2 \cdot 2}, \frac{0 + 4 \cdot 2 \cdot (-2)}{4 \cdot 2}; \quad V = (0, -2)$$

$$y = f(x) = -2x^2 + 2;$$

Puntos de corte con los ejes

Para $x = 0$; $y = 2$; Corta al eje y en $(0, 2)$;

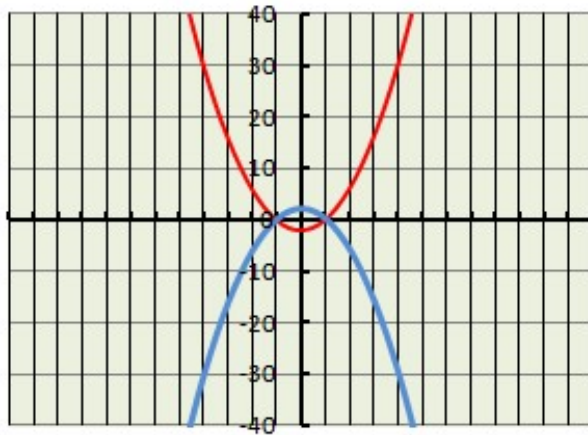
Para $y = 0$; $0 = -2x^2 + 2$; $2x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{1}$; $x = \pm 1$; Corta al eje x en $(-1, 0)$; $(1, 0)$

El eje de simetría es el eje y

Al ser $a < 0$ las ramas de la parábola van hacia abajo

$$\text{El vertice está } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right); V = \frac{0}{2 \cdot (-2)}, \frac{0 + 4 \cdot 2 \cdot (-2)}{4 \cdot (-2)}; \quad V = (0, 2);$$

x	y	y'
-5	48	-48
-4	30	-30
-3	16	-16
-2	6	-6
-1	0	0
0	-2	2
1	0	0
2	6	-6
3	16	-16
4	30	-30
5	48	-48



11. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Representar las siguientes funciones:

$$y = x^2 - 4x + 2$$

$$y = -x^2 - 4x + 2$$

Solución:

$$y = x^2 - 4x + 2;$$

Puntos de corte con los ejes;

Para $x = 0$; $y = 2$; $(0, 2)$

$$\text{Para } y = 0; x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2};$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2,83}{2};$$

$x = 3,41$; $x = 0,59$; $(0, 3,41)$ y $(0, 0,59)$;

El eje de simetría estará en $x = \left(\frac{3,41 + 0,59}{2} \right) = 2$;

Al ser $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

El vértice $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) = \left(\frac{4}{2}, \frac{-16 + 8}{4} \right)$; $(2, -2)$

$$y = -x^2 - 4x + 2$$

Puntos de corte con los ejes

Para $x = 0$; $y = 2$; $(0, 2)$

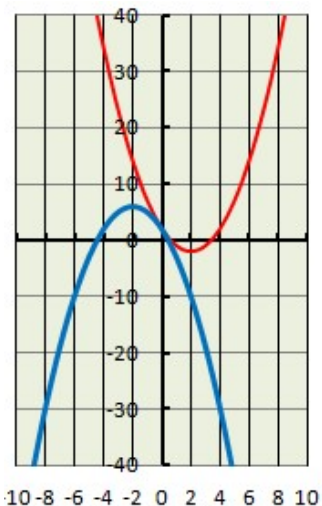
Para $y = 0$; $x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{-2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 8}}{-2} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{-2} = \frac{4 \pm 4,9}{-2};$

$x = -4,45$; $x = 0,45$

El eje de simetría estará en $x = \left(\frac{-4,45 + 0,45}{2} \right) = -2$;

Al ser $a < 0$ las ramas de la parábola van hacia abajo

x	y	y'
-5	47	-3
-4	34	2
-3	23	5
-2	14	6
-1	7	5
0	2	2
1	-1	-3
2	-2	-10
3	-1	-19
4	2	-30
5	7	-43



El vertice está en $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right); V = \left(\frac{4}{-2}, \frac{-16 - 8}{-4} \right); V (-2, 6);$

12. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Hallar los puntos de corte, eje de simetría y vértice de la siguiente parábola y representar gráficamente $y = x^2 - 5x + 6$

Solución

Puntos de corte con los ejes;

Para $x = 0; y = 6; (0, 6);$

Para $y = 0; x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}; x = 3; x = 2$

El eje de simetría estará en $x = \left(\frac{3 + 2}{2} \right) = 2,5;$

Al ser $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

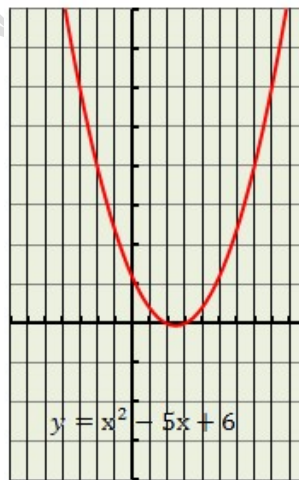
El vértice está en $Vx = \frac{-b}{2a}; Vx = \frac{5}{2} = 2,5;$ Para hallar Vy sustituyo en la ecuación

$y = x^2 - 5x + 6; y = (2,5)^2 - 5(2,5) + 6 = 6,25 - 12,5 + 6 = -0,25; V(2,5, -0,25);$

Comprobación aplicando la fórmula

$V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right); \left(\frac{5}{2}, \frac{-25 + 24}{4}\right) = (2,5, -0,25);$

x	y
-2	20
-1	12
0	6
1	2
2	0
3	0
4	2
5	6
6	12
7	20



13. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Hallar los puntos de corte, eje de simetría y vértice de la siguiente parábola y representar gráficamente:

$$y = x^2 + 6x + 9$$

Solución

Puntos de corte con los ejes

Para $x = 0; y = 9; (0, 9)$

Para $y = 0;$

x	y
-6	9
-5	4
-4	1
-3	0
-2	1
-1	4
0	9
1	16

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} =$$

$$\frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-6}{2}; x = -3; (-3, 0) \text{ Solucion doble}$$

Al ser solucion doble coincide con el vetice;

$$\text{El eje de simetria estara en } x = \left(\frac{-3 - 3}{2} \right) = -3; x = -3;$$

Al ser $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

$$\text{El vertice está en } V_x = \frac{-b}{2a}; V_x = \frac{-6}{2} = -3;$$

Para hallar V_y , sutituyo en la ecuacion

$$y = x^2 + 6x + 9; y =$$

$$(-3)^2 + 6(-3) + 9 = 9 - 18 + 9 = 0; V_y = 0; V(-3, 0);$$

$$\text{Comprobacion } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right); \left(\frac{-6}{2}, \frac{-36 + 36}{4} \right) = (-3, 0);$$

14. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Hallar los puntos de corte, eje de simetria y vertice de la siguiente parábola y representar graficamente: $y = x^2 - 2x + 2$

Solución

Puntos de corte con los ejes;

$$\text{Para } x = 0; y = 2; (0, 2);$$

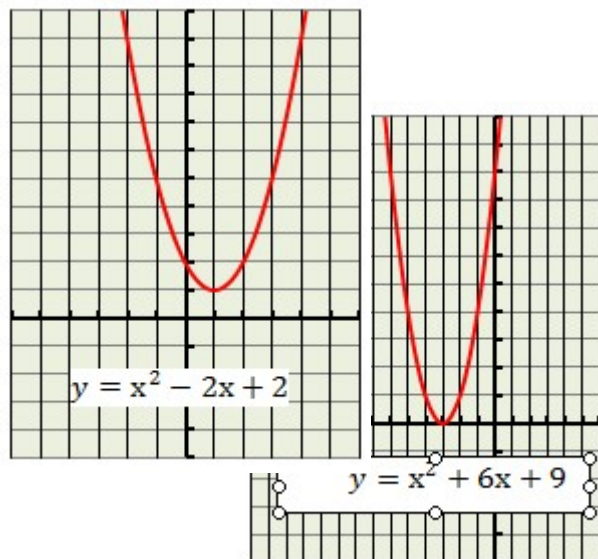
$$\text{Para } y = 0; x = \frac{2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

No tiene solucion en los numeros reales

El vértice

$$\text{Aplicando la formula } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right); \left(\frac{2}{2}, \frac{-4 + 8}{4} \right) = (1, 1);$$

x	y
-3	17
-2	10
-1	5
0	2
1	1
2	2
3	5
4	10



El eje de simetría será $x=1$;

Al ser $a>0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

15. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Resolver matemáticamente y gráficamente el siguiente sistema.

$$y = x^2 - 6x + 5;$$

$$y = x - 5$$

Solución :

Resolvemos matemáticamente

Sustituimos el valor de $y = x - 5$; en la ecuación de la parábola $y = x^2 - 6x + 5$

$$x - 5 = x^2 - 6x + 5; x^2 - 7x + 10 = 0; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2};$$

$$x = \frac{7+3}{2} = 5; x = \frac{7-3}{2} = 2;$$

Sustituir estos valores en la ecuación de la recta y obtengo los valores de y

$$\text{Para } x = 5; y = x - 5; y = 5 - 5 = 0;$$

$$\text{Para } x = 2; y = x - 5; y = 2 - 5 = -3;$$

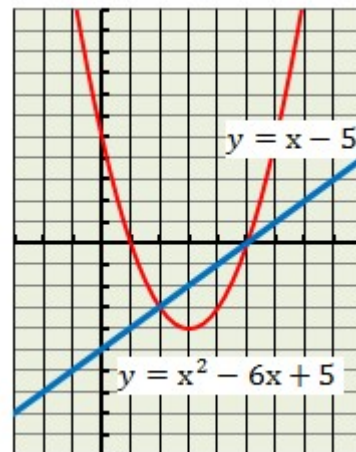
Los puntos de corte son $(5,0)$ y $(2,-3)$

Tabla de la parábola

x	y
-1	12
0	5
1	0
2	-3
3	-4
4	-3
5	0
6	5
7	12

Tabla de la recta

x	y
-1	-6
0	-5
1	-4



Los puntos de corte son $((5,0)$ y $(2,-3)$

16. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Hallar la ecuación de la recta que corta a la parábola $y = -x^2 + 2$; en el punto $(1,1)$;

Solución :

Comprobamos si la parábola pasa por ese punto. Para $x=1$;

$$y = -x^2 + 2; y = -1^2 + 2; y = -1 + 2; y = 1; \text{ luego la parábola pasa por el punto } (1,1)$$

Hallamos una de las infinitas rectas que pasaran por ese punto $y=mx+n$

Una podría ser $y=1$; otra $y=x$;

17. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

x	y
-2	21
-1	12
0	5
1	0
2	-3
3	-4
4	-3
5	0
6	5
7	12

Representar la siguiente función $y = x^2 - 6x + 5$

Solución:

Puntos de corte con los ejes;

Para $x = 0$; $y = 5$; $(0,5)$;

$$\text{Para } y = 0; x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}; x = \frac{6 + 4}{2} = 5; x = \frac{6 - 4}{2} = 1;$$

Puntos de corte $(5,0)$ y $(1,0)$;

El eje de simetría será

$$x = \frac{5 + 1}{2} = 3 \quad x = 3;$$

Al ser $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

El vértice

Está en $x = 3$;

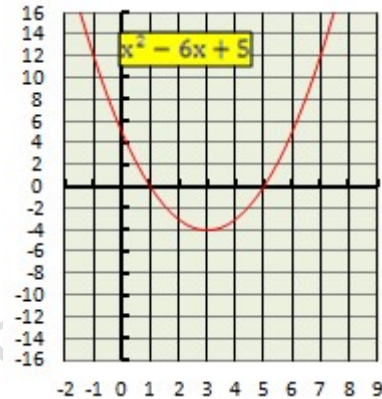
Para hallar y sustituyo en la ecuación

$$y = x^2 - 6x + 5; y = (3)^2 - 6(3) + 5$$

$$= 9 - 18 + 5 = -4; \text{Vértice } (3, -4);$$

Comprobación aplicando la fórmula

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) = \left(\frac{6}{2}, \frac{-36 + 20}{4} \right) (3, -4);$$



18. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado

Representar la siguiente función $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$;

Solución:

Puntos de corte con los ejes;

Para $x = 0$; $y = -2$ $(0, -2)$

$$\text{Para } y = 0; x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-2)}}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2}}{\frac{1}{2}} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = -2 \pm 2\sqrt{3};$$

$$x = -2 - 2\sqrt{3};$$

$$x = -2 + 2\sqrt{3};$$

Puntos de corte $(-2 + 2\sqrt{3}, 0)$; $(-2 - 2\sqrt{3}, 0)$

El eje de simetría será

$$x = \left(\frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} \right) + \left(\frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{4}{2}; x = -2;$$

Al ser $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

x	y
-7	3,25
-6	1
-5	-0,75
-4	-2
-3	-2,75
-2	-3
-1	-2,75
0	-2
1	-0,75
2	1
3	3,25

El vértice

Esta en $x = 2$; Para hallar y sustituyo en la ecuación

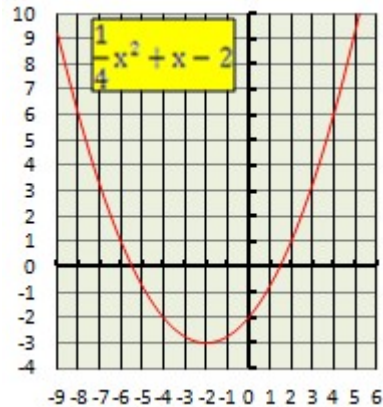
$$y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2; y = \frac{1}{4} * (-2)^2 - 2 - 2;$$

$$y = 1 - 2 - 2 = -3; \text{Vertice}(-2, -3);$$

Comprobación aplicando la fórmula

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$$

$$= \left(\frac{-1}{2 * \frac{1}{4}}, \frac{-1 + 4 * \frac{1}{4} * (-2)}{4 * \frac{1}{4}} \right); \text{Vertice}(-2, -3);$$

**19. Ejercicio funciones polinómicas de segundo grado**

Representar la siguiente función $y = 2x^2 - 10x + 8$;

Solución:

Puntos de corte con los ejes;

Para $x = 0$; $y = 8$;

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 * 2 * (8)}}{2 * 2} = \frac{10 \pm \sqrt{36}}{4} = \frac{10 \pm 6}{4}$$

Soluciones $x = 4$ y $x = 1$;

El eje de simetría será

$$x = \frac{4 + 1}{2} = \frac{5}{2} = 2,5;$$

Al ser $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba

El vértice:

Esta en $x = 2,5$; para hallar y sustituyo en la ecuación $y = 2x^2 - 10x + 8$;

$$y = 2 * (2,5)^2 - 10 * 2,5 + 8 = -4,5; y = -4,5$$

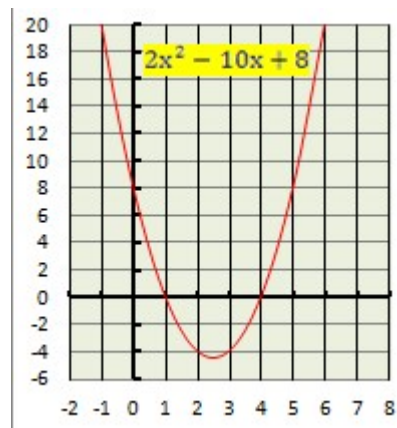
Vertice $(2,5, -4,5)$

Comprobación aplicando la fórmula

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right); \left(\frac{10}{2 * 2}, \frac{-100 + 4 * 8 * 2}{4 * 2} \right) =$$

$$\left(2,5, -\frac{36}{8} \right) = (2,5, -4,5)$$

x	y
-1	20
0	8
1	0
2	-4
3	-4
4	0
5	8
6	20

**20. Ejercicio funciones polinómicas**

A nivel del mar el agua hierve a 100°C pero para cada incremento de 100m en la altitud supone una decima de grado menos para hervir.

A que temperatura hervira si nos encontramos a 8400 mts

Solución :

Es una relacion directa es una funcion polinomial de primer grado y representa una recta.

Como conocemos dos puntos hallamos el valor de la función

$$y = mx + n;$$

$$\text{Para } x = 0, y = 100; \text{ Para } x = 100, y = 100 - 0,1; y = 99,9;$$

Sustituyo en la ecuacion de la recta $y = mx + n$; Para $x = 0$ y $x = 100$;

$$\text{Para } x = 0 \Rightarrow 100 = m \cdot 0 + n; n = 100;$$

$$\text{Para } x = 100 \Rightarrow 99,9 = m \cdot 100 + 100; -0,1 = 100m; m = -\frac{0,1}{100}; m = -0,001;$$

La funcion será $y = -0,001x + 100$;

21. Ejercicio funciones polinómicas

En un momento del dia la sombra, de una torre de 20 metros, es de 6 metros

Hacer una tabla donde se represente la longitud de la sombra que crean distintos objetos, en funcion de su altura.

Escribir la funcion y representarla

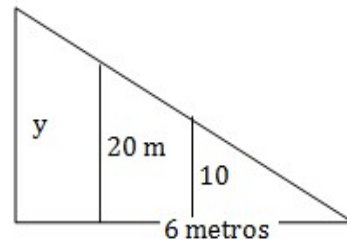
Solución :

La sombra y la altura guardan una proporción directa según tales

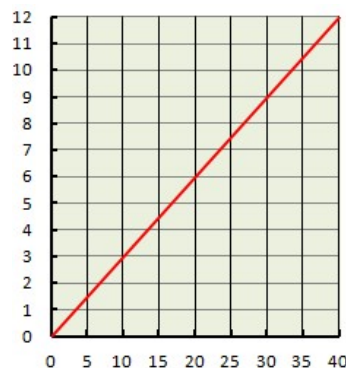
20m de altura es a 6m de sombra

como 10m de altura es a x de sombra

$$\text{Teorema de tales } \frac{20}{6} = \frac{10}{x}; x = \frac{10 \cdot 6}{20} = 3; \text{ La funcion será } y = \frac{6 \cdot x}{20};$$



Altura	Longitud de la sombra
0	0
5	1,5
10	3
15	4,5
20	6
25	7,5
30	9
35	10,5
40	12



22. Ejercicio funciones polinómicas

A partir de la grafica de la funcion $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$ razona cuantas soluciones tienen estas otras ecuaciones.

$$2x^3 - 6x + 1 = 10; 2x^3 - 6x - 9 = 0;$$

$$2x^3 - 6x + 1 = 2; 2x^3 - 6x - 1 = 0;$$

$$2x^3 - 6x + 1 = -3; 2x^3 - 6x + 4 = 0;$$

Solución :

En la resolución de una ecuación buscamos los valores de x que hacen 0 la ecuación. (en la función hacen $y=0$);

$$2x^3 - 6x - 9 = 0;$$

Si todos los puntos de la gráfica los desplazo hacia abajo 9 unidades. Solo tiene una solución (solo hay un punto en que $y=0$)

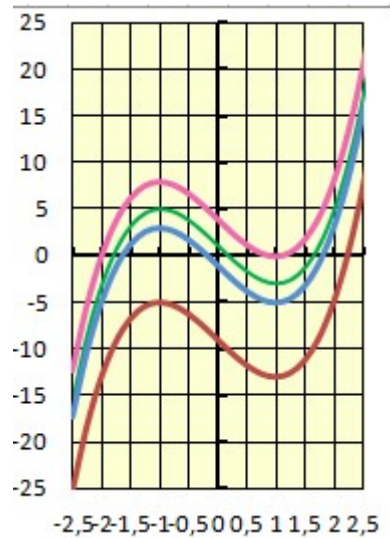
$$2x^3 - 6x - 1 = 0;$$

Si todos los puntos de la gráfica los desplazo hacia abajo 1 unidades. La ecuación tendrá tres soluciones. (hay tres puntos en que $y=0$)

$$2x^3 - 6x + 4 = 0;$$

Si todos los puntos de la gráfica los desplazo hacia arriba 4 unidades.

La ecuación tendrá dos soluciones. (hay dos puntos en que $y=0$)



23. Ejercicio funciones polinómicas

A partir de la gráfica de la función $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$ razona para que valores del parámetro a tiene 3 soluciones la ecuación $2x^3 - 6x + 1 = a$

Solución :

$$\text{Para } a = 0; 2x^3 - 6x + 1 = 0;$$

Si la gráfica la desplazamos hacia abajo 5 puntos, es decir para $a = 5$, la recta corta al eje de la y en $y = -4$ y al eje x lo corta en $x = -1$;

Para $a > 5$ la curva solo corta a x en un punto;

$$\text{Para } a = 5; 2x^3 - 6x - 4 = 0;$$

Si la gráfica la desplazamos hacia arriba 3 puntos, es decir para $a = -3$, la recta corta al eje y en $y = 4$ y al eje x en $x = 1$;

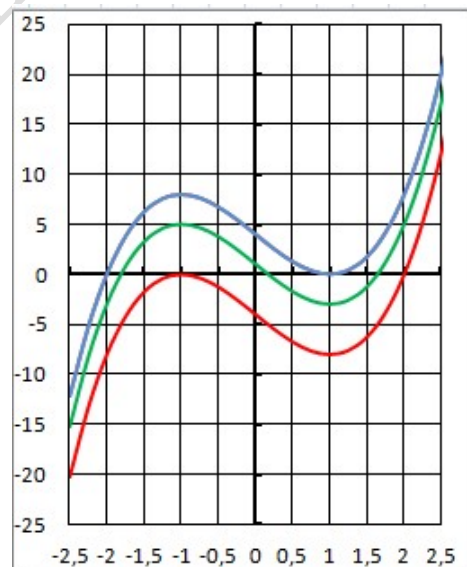
Para $a < -3$ la curva solo corta a x en un punto

$$\text{Para } a = -3; 2x^3 - 6x + 4 = 0;$$

La ecuación tendrá tres soluciones para todos los valores de a del intervalo $(-3, 5)$; $-3 < x < 5$.

Para los valores -3 y 5 tendrá dos soluciones

Para el resto de valores solo tendrá una solución.



24. Ejercicio funciones polinómicas

Resolver aritmeticamente y graficamente el siguiente sistem.

$$y = 2x^2 - 5x - 6$$

$$y = 3x + 4;$$

Solución :

Resolucion aritmética

Sustituimos el valor de y de la segunda ecuación en la primera

$$3x + 4 = 2x^2 - 5x - 6; 2x^2 - 5x - 6 - 3x - 4 = 0; 2x^2 - 8x - 10 = 0;$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10)}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 80}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{4} = \frac{8 \pm 12}{4}$$

$$x = 5; x = -1;$$

Sustituir los valores de x en cualquiera de las ecuaciones

$$y = 3x + 4;$$

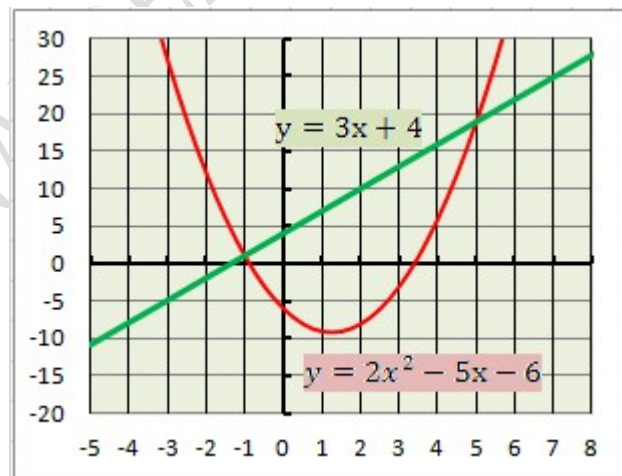
Para $x = 5$; $y = 15 + 4 = 19$; Punto de corte, solución del problema (5,19)

Para $x = -1$; $y = -3 + 4 = 1$; Punto de corte, solución del problema (-1,1)

Resolución gráficamente:

Hacer una tabla de valores y representar las dos funciones

x	y	y'
-3	27	-5
-2	12	-2
-1	1	1
0	-6	4
1	-9	7
2	-8	10
3	-3	13
4	6	16
5	19	19



25. Ejercicio funciones polinómicas

Resolver aritmeticamente y graficamente el siguiente sistem.

$$y = 2x^2 - 8x - 3$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

Solución :

Resolucion aritmética

Igualamos las ecuaciones

$$2x^2 - 8x - 3 = x^2 - 2x - 3; 2x^2 - 8x - 3 - x^2 + 2x + 3; x^2 - 6x = 0;$$

$$x^2 - 6x = 0; x(x - 6) = 0; \text{solucion } x = 0; x = 6;$$

Sustituir los valores de x en cualquiera de las ecuaciones

$$y = x^2 - 2x - 3$$

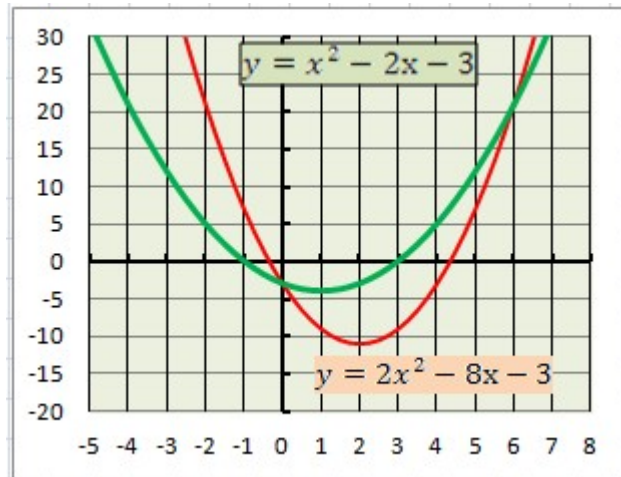
Para $x = 0$; $y = -3$; Punto de corte $(0, -3)$;

Para $x = 6$; $y = 6^2 - 2 \cdot 6 - 3 = 36 - 12 - 3$; $y = 21$, Punto de corte $(6, 21)$;

Resolución gráficamente:

Hacer una tabla de valores y representar las dos funciones

x	y	y'
-1	7	0
0	-3	-3
1	-9	-4
2	-11	-3
3	-9	0
4	-3	5
5	7	12
6	21	21



26. Ejercicio funciones polinómicas

Calcular los valores de b y c para que el vertice de la parabola

$$y = x^2 + bx + c; \text{ este en } (2, -3);$$

Hallar los puntos de corte y el eje de simetria.

Solución :

Sustituimos en la formula del Vertice de la parabola $x = \frac{-b}{2a}$; $2 = \frac{-b}{2 \cdot 1}$; $4 = -b$; $b = -4$;

Para hallar c sustituimos en la ecuacion $y = x^2 - 4x + c$; los valores del punto por donde pasa $(2, -3)$;

$$y = x^2 - 4x + c; -3 = 2^2 - 4 \cdot 2 + c; c = -3 - 4 + 8; c = 1;$$

La funcion será $y = x^2 - 4x + 1$

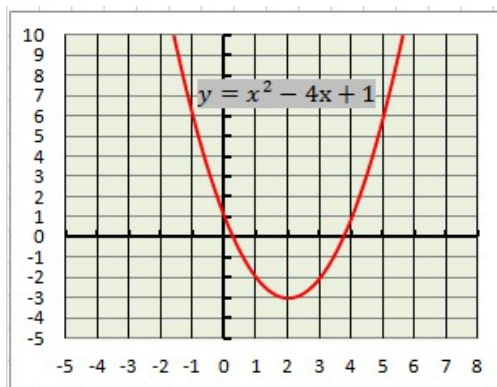
Los puntos de corte son:

Para $x = 0$, $y = 1$;

$$\text{Para } y = 0, x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2};$$

$$x = 2 + \frac{\sqrt{12}}{2}; x = 2 - \frac{\sqrt{12}}{2}$$



$$\text{Eje de simetria } x = \frac{\left(2 + \frac{\sqrt{12}}{2}\right) + \left(2 - \frac{\sqrt{12}}{2}\right)}{2} = \frac{4}{2} = 2; x = 2;$$

27. Ejercicio funciones polinómicas

Calcula los valores de a, b, y c de la parábola $y = ax^2 + bx + c$; sabiendo que pasa por el eje de coordenada y por los puntos (2,2) y (4,1);

Solución :

$$y = ax^2 + bx + c;$$

Sustituimos en la función los valores de los puntos por donde pasa:

Por el origen (0,0) $y = ax^2 + bx + c$; $0 = 0 + 0 + c$; $c = 0$;

Punto (2,2) $y = ax^2 + bx + c$; $2 = a2^2 + b2 + 0$; $2 = 4a + 2b$;

Punto (4,1) $y = ax^2 + bx + c$; $1 = a4^2 + b4 + 0$; $1 = 16a + 4b$;

Resolver el sistema de ecuaciones por sustitución:

$$2 = 4a + 2b; \quad b = \frac{2 - 4a}{2};$$

$$1 = 16a + 4b; \quad \frac{1 - 16a}{4} = b;$$

$$\frac{2 - 4a}{2} = \frac{1 - 16a}{4}; \quad 4(2 - 4a) = 2(1 - 16a); \quad 8 - 16a = 2 - 32a; \quad -16a + 32a = 2 - 8;$$

$$16a = -6; \quad a = -\frac{6}{16} = -\frac{3}{8}; \quad a = -\frac{3}{8};$$

$$b = \frac{2 - 4a}{2}; \quad b = 1 - 2a; \quad b = 1 - 2\left(-\frac{3}{8}\right); \quad b = 1 + \frac{6}{8}; \quad b = \frac{8}{8} + \frac{6}{8}; \quad b = \frac{14}{8}; \quad b = \frac{7}{4};$$

$$y = ax^2 + bx; \quad y = -3/8x^2 + 7/4x$$

4 Funciones de proporcionalidad inversa

La función de proporcionalidad inversa son funciones cuya expresión algebraica es

de la forma $f(x) = y = \frac{k}{x}$; $k \neq 0$; siendo k la constante de proporcionalidad inversa

de y respecto de x. la gráfica de la función es una curva llamada hipérbola

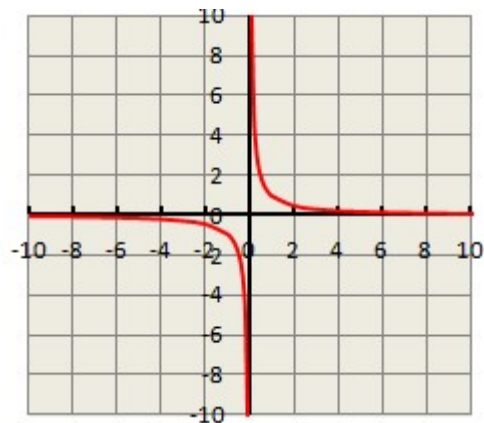
Sus características son:

El dominio de la función es $\mathbb{R}$ excluido el 0.

La gráfica no corta a los ejes de coordenadas.

Si $k > 0$ la función es decreciente y se encuentra en el primer y tercer cuadrante

Si $k < 0$ la función es creciente y se encuentra en el segundo y cuarto cuadrante.



Ejemplo $y = \frac{4}{x}$;

5 Funciones racionales

La función racional cuya expresión algebraica es de la forma $f(x) = y = \frac{k}{x-a}$;

La grafica de la función es una hipérbola.

Sus características son:

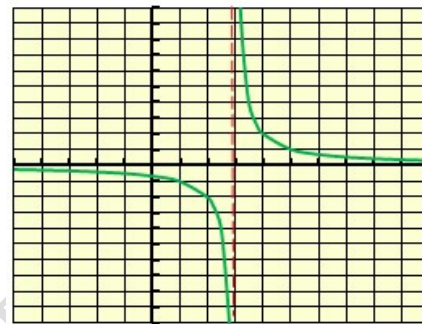
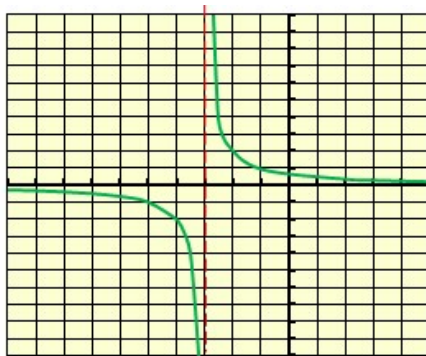
La función no está definida para $x - a = 0$.

La gráfica es igual que la de proporcionalidad inversa pero desplazada a la derecha o izquierda tantas unidades como sea el valor de a .

Si $a > 0$ se desplaza a la izquierda; si $a < 0$ se desplaza a la derecha

Ejemplo: $y = \frac{4}{x+3}$;

$y = \frac{4}{x-3}$;



28. Ejercicio funciones racionales

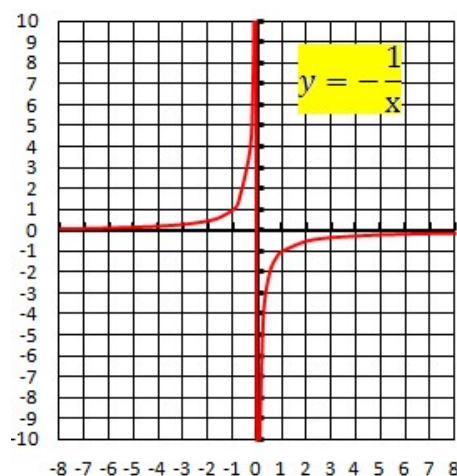
Representa la siguiente función $y = -\frac{1}{x}$;

Solución:

Domínio $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

Los ejes son $x = 0, y = 0$;

x	y
-2	0,5
-1	1
-0,75	1,33333333
-0,25	4
0,5	-2
0,75	-1,33333333
1	-1
2	-0,5



29. Ejercicio funciones racionales

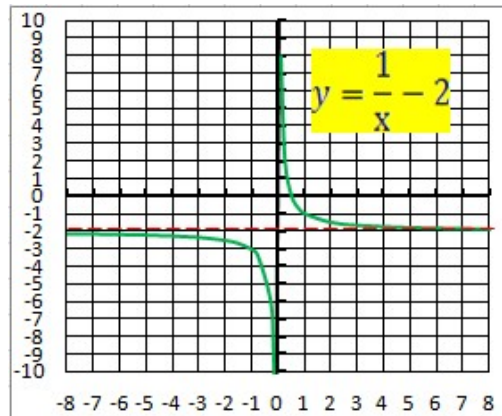
Representar la siguiente función $y = \frac{1}{x} - 2$;

Solución:

Dominio $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

Los ejes son $x = 0, y = -2$;

x	y
-2	0,5
-1	1
-0,75	1,33333333
-0,25	4
0,5	-2
0,75	-1,33333333
1	-1
2	-0,5



30. Ejercicio funciones racionales

Representa la la siguiente función

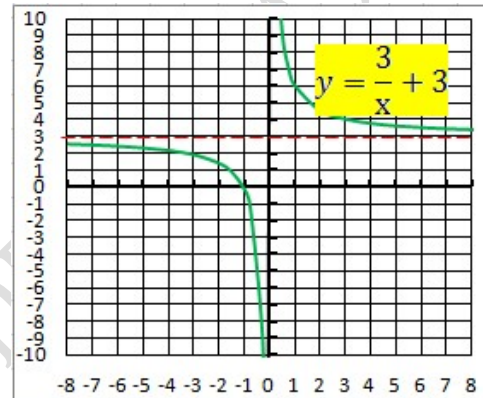
$$y = \frac{3}{x} + 3$$

Solución:

Dominio $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

Los ejes son $x = 0, y = 3$;

x	y
-2	0,5
-1	1
-0,75	1,33333333
-0,25	4
0,5	-2
0,75	-1,33333333
1	-1
2	-0,5



31. Ejercicio funciones racionales

Representar la funcion $y = \frac{1}{x+3}$

Solución:

Dominio $(-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$;

Los ejes son $x = -3, y = 0$;

x	y
-7	-0,25
-5	-0,5
-4	-1
-3,25	-4
-2,99	9
-2,8	100
-2	1
-1	0,5
0	0,33



32. Ejercicio funciones racionales

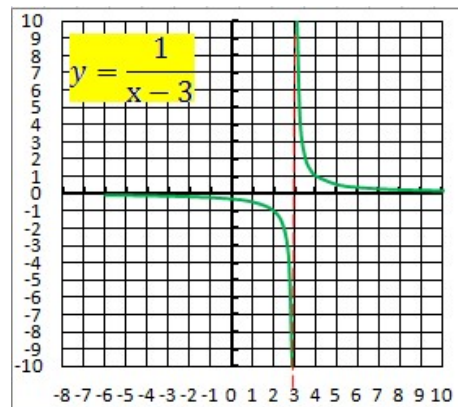
Representar la siguiente función $y = \frac{1}{x-3}$

Solución:

Dominio $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$;

Los ejes son $x = 3, y = 0$;

x	y
-1	-0,25
1	-0,5
2	-1
2,5	-2
2,75	-4
2,9	-10
3,1	10
3,25	4
4	1
5	0,5
7	0,25



33. Ejercicio funciones racionales

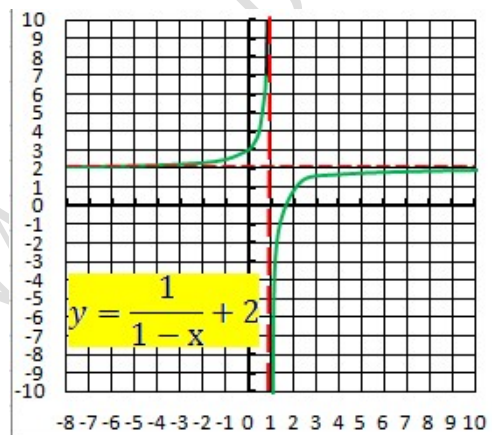
Representar la siguiente función $y = \frac{1}{1-x} + 2$

Solución:

Dominio $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$;

Los ejes son $x = 1, y = 2$;

x	y
-4	2,2
-3	2,25
-1	2,5
0,8	7
0,9	12
1,05	-18
1,25	-2
2,25	1,2
4	1,66
9	1,875
14	1,92



34. Ejercicio funciones racionales

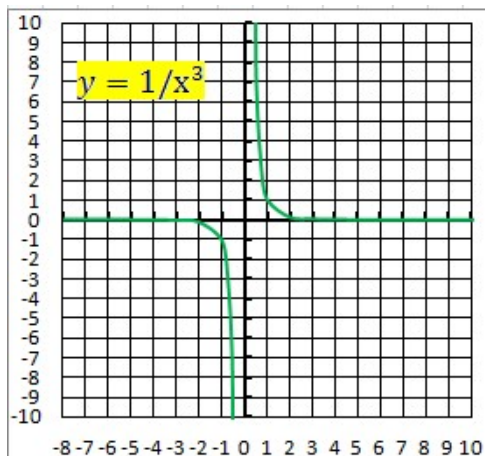
Representa la siguiente función $y = \frac{1}{x^n}$; siendo n impar; $y = \frac{1}{x^3}$

Solución:

Dominio $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

Los ejes son $x = 0, y = 0$;

x	y
-3	-0,04
-2	-0,125
-1	-1
-0,5	-8
-0,25	-64
0,25	64
0,5	8
0,75	2,4
1	1
2	0,125



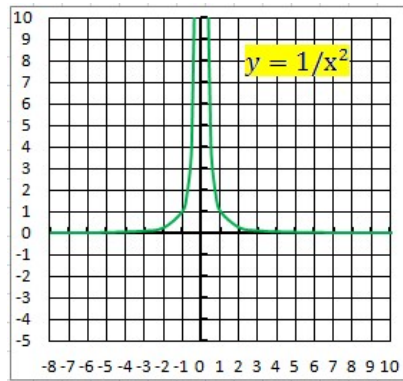
35. Ejercicio funciones racionales

Representar la siguiente función $y = \frac{1}{x^n}$; siendo n par $y = \frac{1}{x^2}$;

Solución:

Dominio $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

Los ejes son $x = 0, y = 0$;



x	y
-3	0,111
-2	0,250
-1	1,000
-0,75	1,778
-0,50	4,000
-0,25	16,000
0,25	16,000
0,5	4,000
0,75	1,778
1	1,000
2	0,250
3	0,11111

36. Ejercicio funciones racionales

Hallar los valores de a y b para que la función $y = \frac{a}{x+b}$;

pase por los puntos (2,2) y (-1, -1)

Solución:

Para que pase por esos punto ha de cumplirse

$$y = \frac{a}{x+b} \Rightarrow 2 = \frac{a}{2+b}; a = 4 + 2b;$$

$$y = \frac{a}{x+b} \Rightarrow -1 = \frac{a}{-1+b}; a = 1 - b;$$

Aplicamos metodo sustitucion $4 + 2b = 1 - b$; $3b = -3$; $b = -1$;

Sustituyo en una de las ecuaciones ejemplo $a = 4 + 2b$; $a = 4 + 2(-1)$; $a = 2$;

La función será $y = \frac{2}{x-1}$;

6 Graficas de función valor absoluto

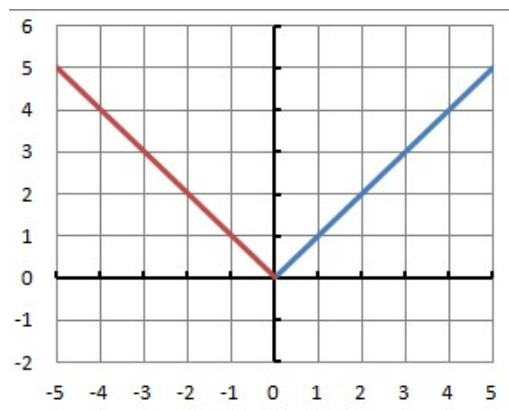
Son graficas construidas considerando el valor absoluto de la función.

37. Ejercicio funciones valor absoluto

Representa la siguiente función
 $y = |x|$

Solución:

$$y = |x|; y = \begin{cases} x & \text{para } x \geq 0; \\ -x & \text{para } x \leq 0; \end{cases}$$



Dominio R

Dar valores a x y representar la grafica

38. Ejercicio funciones valor absoluto

Representar la siguiente función

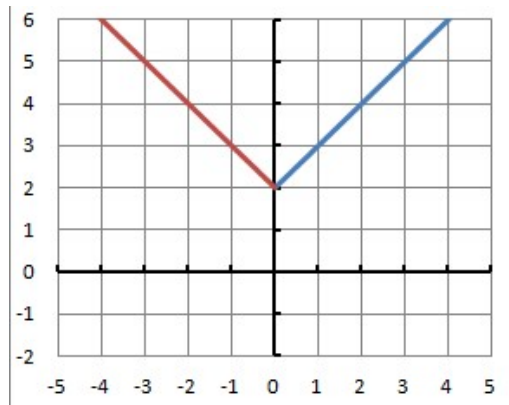
$$y = |x| + 2;$$

Solución:

$$y = |x| + 2; y = \begin{cases} x + 2 & \text{para } x \geq 0 \\ -x + 2 & \text{para } x \leq 0 \end{cases}$$

Dominio R

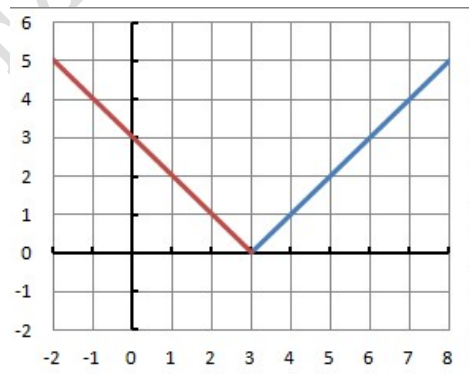
Dar valores a x y representar la grafica

**39. Ejercicio funciones valor absoluto**Representa la siguiente función $y = |x - 3|$ *Solución:*

$$y = |x - 3|; y = \begin{cases} x - 3 & \text{para } (x - 3) \geq 0; \\ -(x - 3) & \text{para } (x - 3) \leq 0; \end{cases}$$

Dominio R

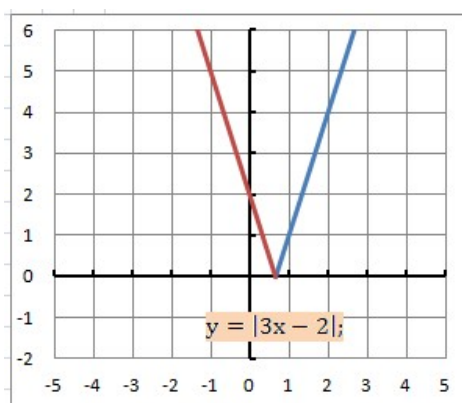
Dar valores a x y representar la grafica

**40. Ejercicio funciones valor absoluto**Representar la siguiente función $y = |3x - 2|$ *Solución:*

$$y = |3x - 2|; y = \begin{cases} 3x - 2 & \text{para } (3x - 2) \geq 0; x \geq \frac{2}{3}; \\ -(3x - 2) & \text{para } (3x - 2) \leq 0; x \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

Dominio R

Dar valores a x y representar la grafica

El punto de corte será para $y = 0; 3x - 2 = 0; x = \frac{2}{3}$ 

x	y
-4	14
-3	11
-2	8
-1	5
0	2
0,667	0,001
1	1
2	4
3	7
4	10

41. Ejercicio funciones valor absoluto

A partir de la función $y = x^2 - 7x + 10$;

hallar la gráfica de la función $y = |x^2 - 7x + 10|$;

Solución:

Representamos la función $y = x^2 - 7x + 10$

Puntos de corte

Para $x = 0$; $y = 10$; $(0,10)$

Para $y = 0$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2}; x = 5; x = 2; (5,0); (2,0)$$

Eje de simetría

$$x = \frac{5 + 2}{2} = \frac{7}{2};$$

Vertice

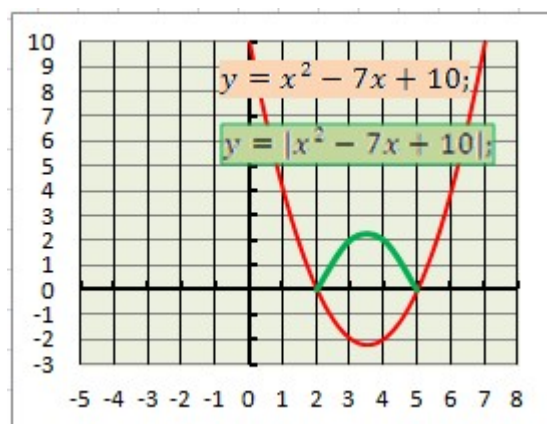
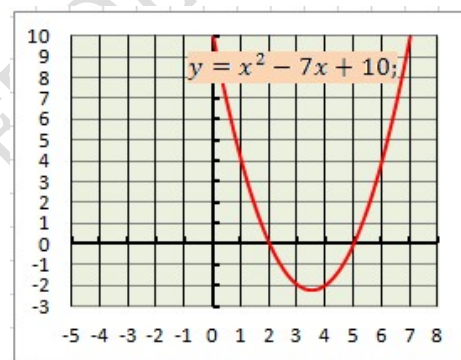
$$\text{Para } x = \frac{7}{2}; y = x^2 - 7x + 10; y = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{7}{2}\right) + 10 = \frac{49}{4} - \frac{49}{2} + 10 =$$

$$\frac{49}{4} - \frac{98}{4} + \frac{40}{4} = -\frac{9}{4};$$

$$\text{Vertice } \left(\frac{7}{2}, -\frac{9}{4}\right);$$

$$y = |x^2 - 7x + 10|;$$

La gráfica será como la anterior pero al ser en valor absoluto los valores de x que hacen a y negativos se convierten en positivos



7 Funciones definidas a trozos

Una función está definida a trozos cuando se define con distintas expresiones algebraicas en cada intervalo.

42. Ejercicio funciones definidas a trozos

Representa la siguiente función

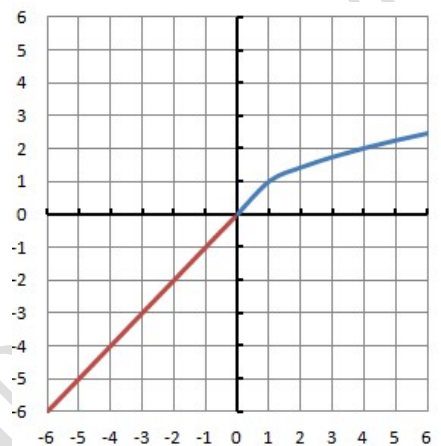
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{para } x < 0; \\ \sqrt{x} & \text{Para } x \geq 0; \end{cases}$$

Dominio R

Solución:

Dar valores a x y representar la grafica

X	y
-2	-2
-1	-1
-0,75	-0,75
-0,5	-0,5
-0,25	-0,25
-0,1	-0,1
0	0
1	1
2	1,414213562
4	2
6	2,449489743
9	3



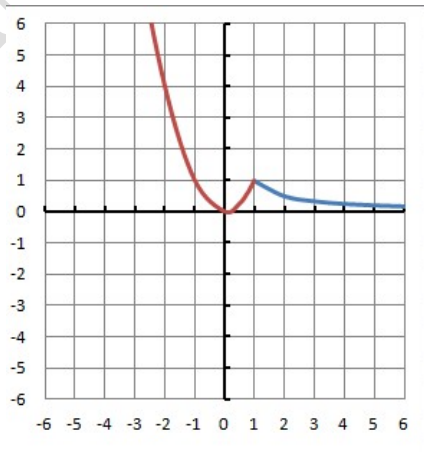
43. Ejercicio funciones definidas a trozos

Representa la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1; \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1; \end{cases}$$

Dominio R

Solución: Dar valores a x y representar la grafica



X	y
-2	4
-1	1
0	0
0,5	0,25
0,75	0,5625
0,85	0,7225
0,99	0,9801
1	1
2	0,5
3	0,333333333
4	0,25
9	3

44. Ejercicio funciones definidas a trozos

Representa la siguiente función

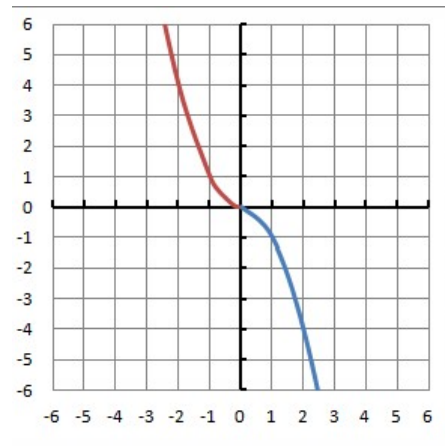
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0; \\ -x^2 & \text{si } x \geq 0; \end{cases}$$

Dominio R

Solución:

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-2	4
-1	1
-0,75	0,5625
-0,25	0,0625
-0,1	0,01
0	0
1	-1
2	-4
3	-9



45. Ejercicio funciones definidas a trozos

Representa la siguiente función

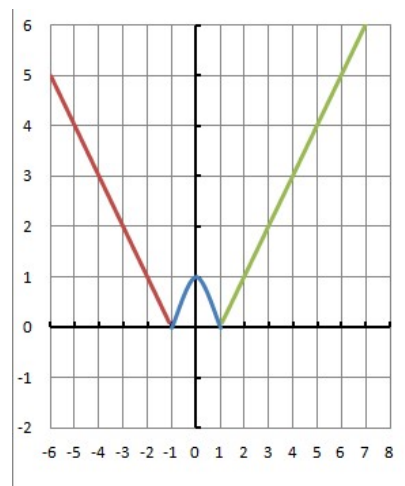
$$f(x) = \begin{cases} -1 - x & \text{si } x < -1; \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1; \\ x - 1 & \text{si } x > 1; \end{cases}$$

Dominio R

Solución:

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-3	2
-2	1
-1,75	0,75
-1,5	0,5
-1,1	0,1
-1	0
0	1
1	0
1,1	0,1
1,5	0,5
1,75	0,75
2	1
3	2



46. Ejercicio funciones definidas a trozos

Representa la siguiente función

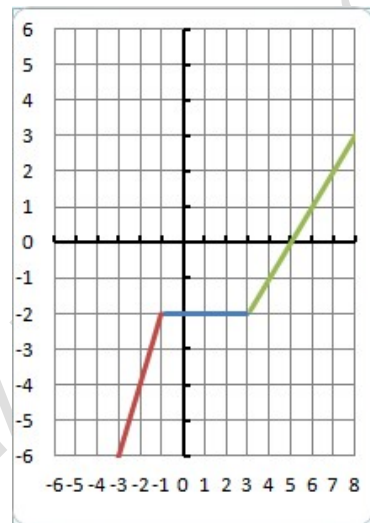
$$f(x) = \begin{cases} 2x; & \text{si } x \leq -1 \\ -2 & \text{si } -1 < x \leq 3; \\ x - 5 & \text{si } x > 3; \end{cases}$$

Dominio R

Solución:

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-2	-4
-1,75	-3,5
-1,1	-2,2
-1	-2
-0,9	-2
-0,1	-2
0	-2
1	-2
2	-2
3	-2
3,1	-1,9
3,98	-1,02
4	-1



47. Ejercicio funciones definidas a trozos

Representa la siguiente función

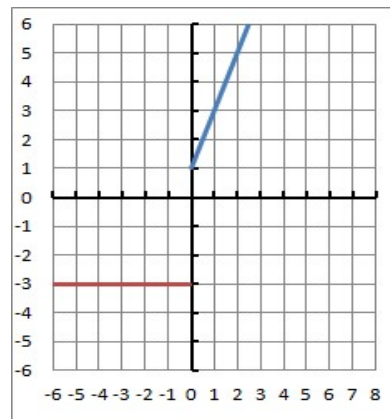
$$f(x) = \begin{cases} -3; & \text{si } x < 0 \\ 2x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Dominio R

Solución:

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-3	-3
-2	-3
-1	-3
-0,98	-3
-0,1	-3
0	1
1	3
2	5
3	7



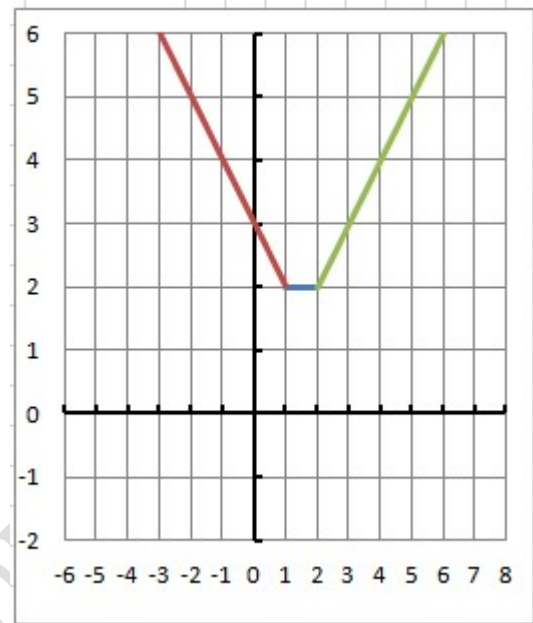
48. Ejercicio funciones definidas a trozos

Representa la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3; & \text{si } x < 1; \\ 2 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Dominio $\mathbb{R}$ *Solución:*Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-1	4
0	3
0,1	2,9
0,5	2,5
0,99	2,01
1	2
1,2	2
1,5	2
1,98	2
2	2
3	3



8 Funciones con radicales

Son funciones en que la variable independiente está dentro de una raíz

49. Ejercicio funciones con radicales

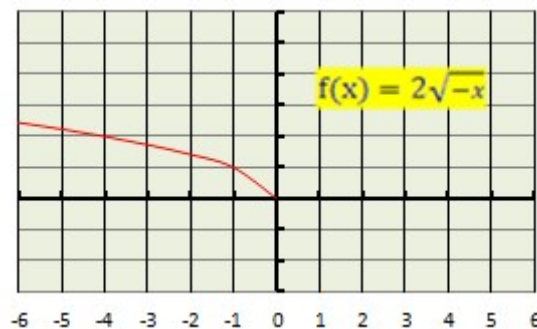
Representa la siguiente función

$$f(x) = 2\sqrt{-x}$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $-x \geq 0$; $0 \geq x$; $(-\infty, 0]$ La función se cumple siempre que $-x \geq 0$; $0 \geq x$ $(-\infty, 0]$ *Solución:*Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-9	3
-8	2,828427125
-7	2,645751311
-6	2,449489743
-5	2,236067977
-4	2
-3	1,732050808
-2	1,414213562
-1	1
0	0



50. Ejercicio funciones con radicales

Representa la siguiente función

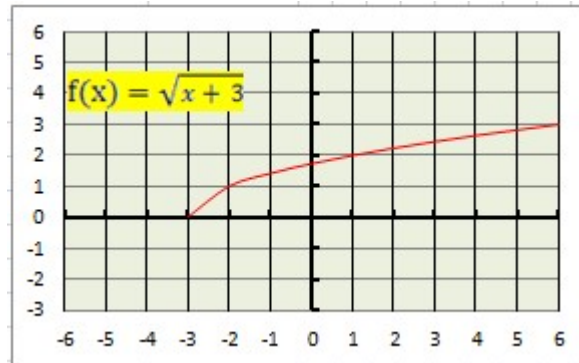
$$f(x) = \sqrt{x+3}$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $x+3 \geq 0$; $x \geq -3$ $[-3, +\infty)$ *Solución:*

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-3	0
-2	1
-1	1,41421356
0	1,73205081
1	2
2	2,23606798
3	2,44948974
4	2,64575131
5	2,82842712
6	3



51. Ejercicio funciones con radicales

Representa la siguiente función

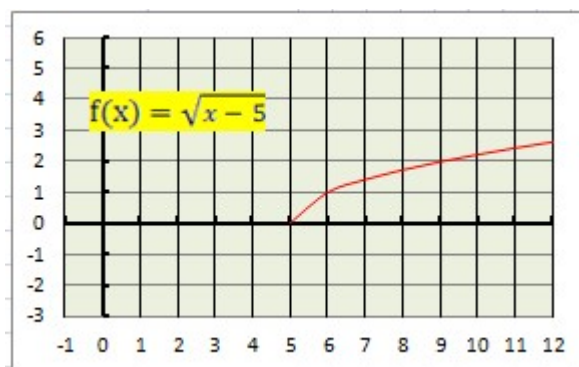
$$f(x) = \sqrt{x-5}$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $x-5 \geq 0$; $x \geq 5$ $[5, +\infty)$ *Solución:*

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
5	0
6	1
7	1,41421356
8	1,73205081
9	2
10	2,23606798
11	2,44948974
12	2,64575131
13	2,82842712
14	3



52. Ejercicio funciones con radicales

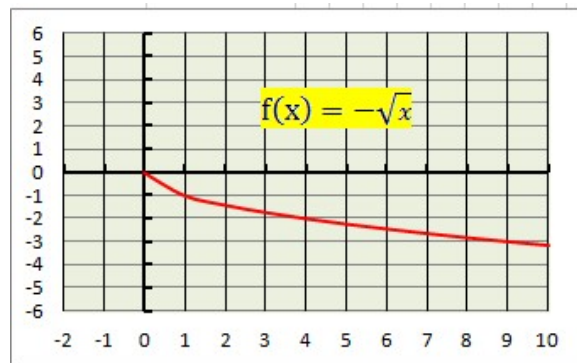
Representa la siguiente función

$$f(x) = -\sqrt{x}$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $x \geq 0$; $[0, +\infty)$;*Solución:*Dar valores a x y representar la gráfica

x	y
0	0
1	-1
2	-1,41421356
3	-1,73205081
4	-2
5	-2,23606798
6	-2,44948974
7	-2,64575131
8	-2,82842712



53. Ejercicio funciones con radicales

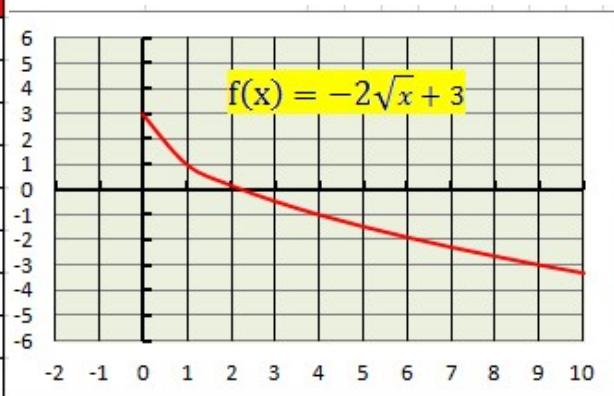
Representa la siguiente función

$$f(x) = -2\sqrt{x} + 3$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $x \geq 0$; $[0, +\infty)$ *Solución:* Dar valores a x y representar la gráfica

x	y
0	3
1	1
2	0,17157288
3	-0,46410162
4	-1
5	-1,47213595
6	-1,89897949
7	-2,29150262
8	-2,65685425



54. Ejercicio funciones con radicales

Representa la siguiente función

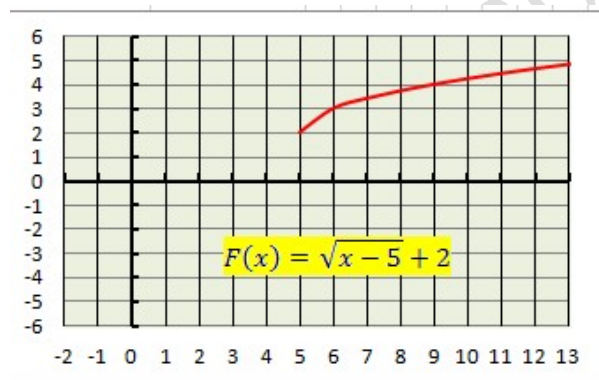
$$f(x) = \sqrt{x-5} + 2$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $x - 5 \geq 0$; $x \geq 5$; $[5, +\infty)$;*Solución:*

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
5	2
6	3
7	3,41421356
8	3,73205081
9	4
10	4,23606798
11	4,44948974
12	4,64575131
13	4,82842712
14	5



55. Ejercicio funciones con radicales

Representa la siguiente función

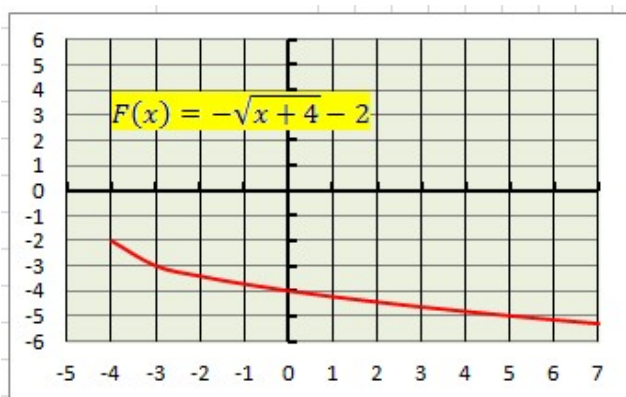
$$f(x) = -\sqrt{x+4} - 2$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $x + 4 \geq 0$; $x \geq -4$; $[-4, +\infty)$ *Solución:*

Dar valores a x y representar la grafica

x	y
-4	-2
-3	-3
-2	-3,41421356
-1	-3,73205081
0	-4
1	-4,23606798
2	-4,44948974
3	-4,64575131
4	-4,82842712
5	-5



56. Ejercicio funciones con radicales

Representa la siguiente función

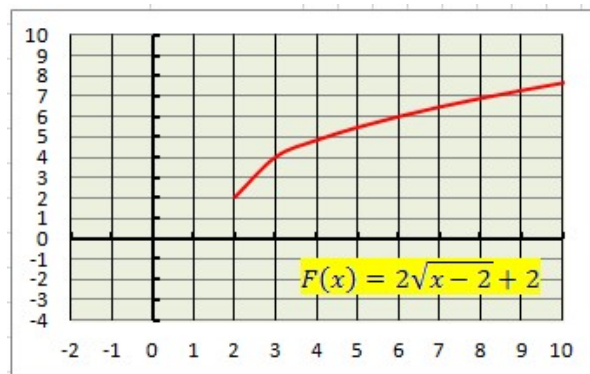
$$f(x) = 2\sqrt{x-2} + 2$$

Dominio:

La función se cumple siempre

que $x - 2 \geq 0$; $x \geq 2$; $[2, +\infty)$;*Solución:*Dar valores a x y representar la gráfica

x	y
2	2
3	4
4	4,82842712
5	5,46410162
6	6
7	6,47213595
8	6,89897949
9	7,29150262
10	7,65685425
11	8



57. Ejercicio funciones con radicales

Representa la siguiente función

$$f(x) = \sqrt{5-2x} + 2$$

Dominio:

La función se cumple siempre que $5 - 2x \geq 0$; $-2x \geq -5$; $2x \leq 5$; $x \leq \frac{5}{2}$; $[-\infty, \frac{5}{2}]$;*Solución:*Dar valores a x y representar la gráfica

x	y
-8	6,58257569
-7	6,35889894
-6	6,12310563
-5	5,87298335
-4	5,60555128
-3	5,31662479
-2	5
-1	4,64575131
0	4,23606798
1	3,73205081
2	3

